

INSTITUT MBACKÉ MATHS

COURS D'ENCADREMENT EN LIGNE

INTERNATIONAL

+221 70 713 09 21

SYNTHESE DE COURS

CINEMATIQUES DU POINT

PHYSIQUE-CHIMIE

Niveau : Terminale S2

Année Scolaire : 2026–2027

PRÉSENTATION

La cinématique constitue l'un des premiers chapitres fondamentaux de Physique-Chimie en classe de Terminale S.

Dans le cadre de ses Cours d'encadrement en ligne, l'Institut Mbacké Maths propose des cours en vidéo, des exercices, des devoirs ainsi que des supports sous forme de fiches et d'audios.

L'Institut assure également un suivi régulier des élèves à travers des évaluations et un bulletin semestriel.

MATIÈRES ENSEIGNÉES

Mathématiques • Physique-Chimie • SVT • Philosophie • Français • Anglais
• Histoire-Géographie

ACCÈS AUX COURS

Pour accéder à nos cours d'encadrement en ligne, cliquez sur le lien d'inscription.

CLIQUER ICI
POUR S'INSCRIRE

COURS PRESENTE PAR INSTITUT MBACKE MATHS

COURS COMPLET CINÉMATIQUE DU POINT MATÉRIEL PHYSIQUE-CHIMIE

Niveau : Terminale S2

Année scolaire : 2026–2027

I – Généralités sur la cinématique

1. Définition de la cinématique

La cinématique est la partie de la physique qui étudie le mouvement d'un point matériel sans pour autant se préoccuper des causes du mouvement.

Ainsi, la cinématique ne s'intéresse qu'aux caractéristiques du mouvement qui sont :

- la position ;
- la vitesse ;
- l'accélération.

La cinématique décrit le mouvement d'un mobile sans rechercher les causes qui sont à l'origine de ce mouvement.

2. Notion de mouvement

Le mouvement traduit un changement de position dans l'espace et dans le temps.

Le mouvement n'est pas absolu : il dépend d'un objet, le plus souvent solide, appelé **référentiel**.

Le solide qui est en mouvement est appelé **mobile**.

Pour décrire le mouvement d'un mobile, il est nécessaire de préciser le référentiel choisi.

3. Notion de point matériel

On appelle **point matériel** tout objet dont les dimensions sont très petites (négligeables) par rapport à sa distance d'observation.

Par exemple, pour un observateur terrestre, la Lune peut être assimilée à un point matériel.

4. La trajectoire du mouvement

La trajectoire d'un mobile est l'ensemble des positions occupées par le mobile au cours du temps.

En reliant les différentes positions successivement occupées par le mobile, on obtient une trajectoire.

Selon sa forme, la trajectoire peut être :

- une trajectoire **rectiligne** ;
- une trajectoire **circulaire** ;
- une trajectoire **curviligne**.

La trajectoire représente l'ensemble des positions successives occupées par un mobile au cours de son mouvement.

5. Notion de repère

La description du mouvement d'un mobile nécessite le choix d'un repère permettant de repérer sa position dans l'espace.

a. Repère d'espace

Le repère d'espace permet de déterminer la position du mobile à un instant donné.

b. Repère de temps

La mesure du temps permet de connaître l'instant auquel le mobile occupe une position donnée.

5. Notion de repère

Un repère permet de décrire une situation précise.

Ainsi, à l'instant où un objet se situe dans l'espace, on peut également repérer un événement dans le temps.

L'introduction d'un repère de temps est définie par la donnée d'une origine à laquelle est affecté un instant initial noté :

$$t = 0$$

Le choix de l'appareil de mesure du temps et la donnée d'une unité de mesure du temps qui correspond à la seconde (s) dans le Système international (SI) permettent de définir un repère temporel.

Dans le repère temps, les instants sont encore appelés **dates**. Une date est notée par t et s'exprime en secondes.

La durée Δt correspond à une différence de dates :

$$\Delta t = t_f - t_i$$

où :

- t_i est la date initiale ;
- t_f est la date finale ;
- Δt est la durée correspondante.

Remarque

L'instant t et la durée Δt sont confondus à chaque fois que le mouvement commence à $t = 0$.

Dans les mouvements à phases successives, lorsqu'une phase suit est en retard sur l'instant t de la phase précédente de la durée Δt , l'instant de cette phase est :

$$t' = t - \Delta t$$

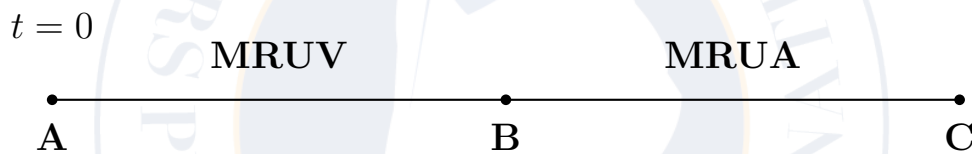
Mouvements à phases successives

Dans les mouvements à phases successives, lorsqu'une phase est retardée sur l'instant t de la phase précédente de durée Δt , l'instant correspondant à cette phase est :

$$t' = t - \Delta t$$

Exemple

Considérons un mouvement comportant deux phases successives :



Équation horaire sur (AB)

Pour la première phase, le mouvement est uniformément varié.

L'équation horaire est :

$$x_1(t) = v_0 t + x_0$$

Équation horaire sur (BC)

Pour la deuxième phase, l'équation horaire s'écrit :

$$x_2(t') = \frac{1}{2} a t'^2 + v_0 t' + x_0$$

avec :

$$t' = t - \Delta t$$

En remplaçant t' par $t - \Delta t$, on obtient :

$$x_2(t) = \frac{1}{2} a (t - \Delta t)^2 + v_0 (t - \Delta t) + x_0$$

Ainsi :

$$x_2(t) = \frac{1}{2}a(t - \Delta t)^2 + v_0(t - \Delta t) + x_0$$

$$\Delta t = t_f - t_i$$

et, pour une phase retardée d'une durée Δt :

$$t' = t - \Delta t$$

Ces relations permettent de relier les dates et les durées lors de l'étude d'un mouvement comportant plusieurs phases successives.

1. Repère cartésien

1.1. Repère droit

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$$

où :

- x est l'abscisse du mobile ;
- $\overrightarrow{OM}$ est le vecteur position ;
- $OM = |x|$ représente la distance parcourue.

1.2. Repère plan

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

La norme du vecteur position est :

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

2. Repère spatial

Dans l'espace, le vecteur position s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

3. Repère de Frenet

Le repère de Frenet est noté :

$$(M_0, \vec{T}, \vec{N}).$$

Le vecteur $\vec{T}$ est le ****vecteur tangent**** à la trajectoire.

4. Paramètres de position

4.1. Équations horaires d'un mobile

Lorsque le mobile se déplace, sa position varie dans le temps et donc ses coordonnées seraient des fonctions du temps.

On appelle **équations horaires du mobile** les expressions des coordonnées du mobile en fonction du temps. Soit :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = f(t), \\ y = g(t), \\ z = h(t). \end{cases}$$

4.2. Exemple

Dans la base $(O, \vec{i}, \vec{j})$, le vecteur position s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = 2t\vec{i} + (t^2 - 3)\vec{j}.$$

On déduit les équations horaires du mobile :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2t, \\ y = t^2 - 3. \end{cases}$$

Ainsi, les équations horaires sont :

$$\begin{cases} x(t) = 2t, \\ y(t) = t^2 - 3. \end{cases}$$

4.3. Équation cartésienne

À partir des équations horaires, on peut éliminer le paramètre t afin d'obtenir l'équation cartésienne de la trajectoire.

Repère :

$$x = 2t \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{x}{2}.$$

En remplaçant t dans l'expression de y :

$$y = t^2 - 3$$

on obtient :

$$y = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 3,$$

d'où :

$$y = \frac{x^2}{4} - 3.$$

4.4. Repère de Frenet

Le repère de Frenet est associé au mouvement du point matériel.

On utilise deux vecteurs unitaires :

$$\vec{T} \quad \text{et} \quad \vec{N}.$$

- $\vec{T}$: vecteur unitaire tangent à la trajectoire ;
- $\vec{N}$: vecteur unitaire normal à la trajectoire.

4.4.1. Vecteur tangent

- **Direction** : tangente à la trajectoire ;
- **Sens** : celui du mouvement ;
- **Norme** :

$$\|\vec{T}\| = 1.$$

4.4.2. Vecteur normal

- **Direction** : perpendiculaire à $\vec{T}$;
- **Sens** : centripète ;
- **Norme** :

$$\|\vec{N}\| = 1.$$

4.5. À retenir

Les équations horaires permettent de déterminer la position d'un mobile à chaque instant. Elles donnent les coordonnées du point matériel en fonction du temps.

Dans un repère adapté, la position du mobile est décrite par :

$$\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}.$$

Les vecteurs $\vec{T}$ et $\vec{N}$ permettent ensuite de décrire localement la trajectoire du mobile dans le repère de Frenet.

5. Équation cartésienne de la trajectoire

5.1. Définition

On appelle **équation cartésienne de la trajectoire** une relation entre les coordonnées du mobile, indépendante du temps.

5.2. Obtention

Elle s'obtient en éliminant le temps entre les coordonnées du mobile.

5.3. Nature de la trajectoire

L'équation cartésienne permet de déterminer la nature de la trajectoire du mobile en fonction de sa forme.

5.3.1. Trajectoire rectiligne

La trajectoire est rectiligne lorsque l'équation cartésienne est une équation du premier degré.

On peut avoir :

$$y = ax \quad (\text{équation linéaire})$$

ou

$$y(x) = ax + b \quad (\text{équation affine}).$$

5.3.2. Trajectoire parabolique

La trajectoire est parabolique lorsque l'équation cartésienne est de la forme :

$$y(x) = ax^2 + bx + c.$$

5.3.3. Trajectoire circulaire

La trajectoire est circulaire lorsque l'équation cartésienne est celle d'un cercle de centre $C(x_0, y_0)$ et de rayon a :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = a^2.$$

5.4. Application

On considère le mouvement d'un point matériel M dont les équations horaires sont :

$$\begin{cases} x = 2t, \\ y = t^2 - 4. \end{cases}$$

1. Équation cartésienne de la trajectoire

À partir de :

$$x = 2t,$$

on déduit :

$$t = \frac{x}{2}.$$

Or :

$$y = t^2 - 4.$$

En remplaçant t par $\frac{x}{2}$, on obtient :

$$y = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 4.$$

Donc :

$$y = \frac{x^2}{4} - 4.$$

Cette équation est de la forme :

$$y = ax^2 + bx + c.$$

La trajectoire est donc une **parabole**.

5.5. Exemple

On considère le mouvement d'un point matériel M défini par les équations horaires :

$$\begin{cases} x = 2t, & (1) \\ y = t^2 - 4. & (2) \end{cases}$$

5.5.1. Équation cartésienne

À partir de l'équation (1) :

$$x = 2t$$

on déduit :

$$t = \frac{x}{2}. \quad (1')$$

En remplaçant t dans l'équation (2) :

$$y = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 4.$$

Ainsi :

$$y = \frac{x^2}{4} - 4.$$

L'équation cartésienne de la trajectoire est donc :

$$\boxed{y = \frac{x^2}{4} - 4.}$$

5.5.2. Nature et allure

On a une **parabole** dont la concavité est dirigée vers le haut.

5.5.3. Limites aux bornes

Étudions les limites de la fonction :

$$y(x) = \frac{x^2}{4} - 4.$$

Lorsque $x \rightarrow -\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2}{4} - 4 \right) = +\infty.$$

Lorsque $x \rightarrow +\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{4} - 4 \right) = +\infty.$$

Ainsi, la fonction est définie sur :

$$D_f = \mathbb{R}.$$

5.5.4. Continuité

La fonction

$$y(x) = \frac{x^2}{4} - 4$$

est dérivable dans $\mathbb{R}$.

On calcule sa dérivée :

$$y'(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 - 4 \right)'.$$

Donc :

$$y'(x) = \frac{1}{4}(x^2)' - (4)'.$$

Or :

$$(x^2)' = 2x \quad \text{et} \quad (4)' = 0.$$

Ainsi :

$$y'(x) = \frac{1}{4} \times 2x.$$

D'où :

$$\boxed{y'(x) = \frac{x}{2}}.$$

5.6. Étude de la fonction

On a :

$$y(x) = \frac{x^2}{4} - 4$$

et sa dérivée est :

$$y'(x) = \frac{x}{2}$$

Ainsi :

$$\begin{cases} y'(x) < 0 & \text{si } x < 0, \\ y'(x) = 0 & \text{si } x = 0, \\ y'(x) > 0 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

5.7. Tableau de variation

Le tableau de variation de la fonction y est :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$y'(x)$	$-$	0	$+$
$y(x)$	$+\infty$	$\searrow -4 \nearrow$	$+\infty$

La fonction y est donc :

- décroissante sur $] -\infty, 0]$;
- croissante sur $[0, +\infty[$.

Elle admet un minimum égal à :

$$y_{\min} = -4$$

atteint pour :

$$x = 0.$$

5.8. Courbe représentative

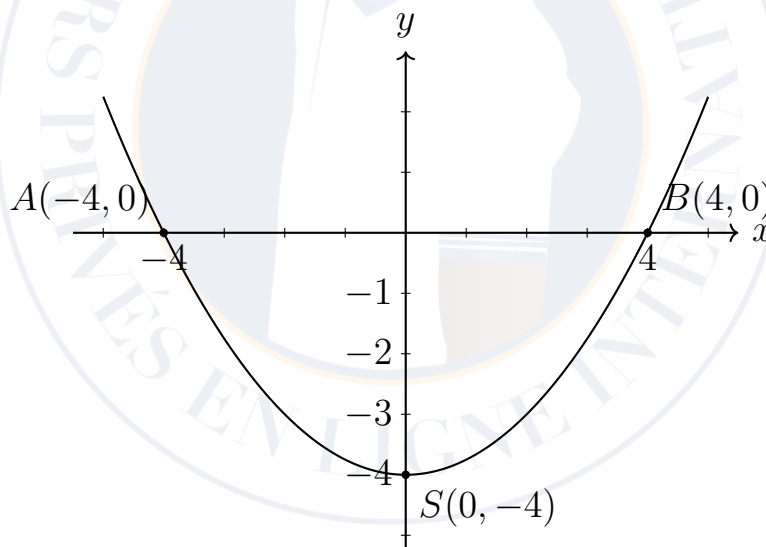
La trajectoire est représentée par la parabole :

$$y = \frac{x^2}{4} - 4.$$

Son sommet est le point :

$$S(0, -4).$$

Elle est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



5.9. Points d'intersection avec les axes

5.9.1. Intersection avec l'axe des abscisses

Pour déterminer les points d'intersection avec l'axe des abscisses, on pose :

$$y(x) = 0.$$

Ainsi :

$$\frac{x^2}{4} - 4 = 0.$$

Donc :

$$\frac{x^2}{4} = 4.$$

En multipliant par 4 :

$$x^2 = 16.$$

D'où :

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -4.$$

Les points d'intersection avec l'axe des abscisses sont donc :

$$A(-4, 0)$$

et

$$B(4, 0).$$

5.9.2. Intersection avec l'axe des ordonnées

Sur l'axe des ordonnées, on a :

$$x = 0.$$

Alors :

$$y(0) = \frac{0^2}{4} - 4 = -4.$$

Le point d'intersection avec l'axe des ordonnées est donc :

$$S(0, -4).$$

5.10. Exercice 2

On considère le mouvement d'un point matériel M dont les équations horaires sont :

$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos(10t), \\ y(t) = 2 \sin(10t). \end{cases}$$

Travail demandé :

1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
2. Préciser la nature de la trajectoire.
3. Déterminer les caractéristiques de cette trajectoire.

5.11. Exercice 2

On considère le mouvement d'un point matériel M dont les équations horaires sont :

$$\begin{cases} x = 2 \sin(10t), & (1) \\ y = 2 \cos(10t). & (2) \end{cases}$$

5.11.1. Équation cartésienne de la trajectoire

À partir de l'équation (1) :

$$2 \sin(10t) = x$$

on obtient :

$$\sin(10t) = \frac{x}{2}. \quad (1')$$

À partir de l'équation (2) :

$$2 \cos(10t) = y$$

on obtient :

$$\cos(10t) = \frac{y}{2}. \quad (2')$$

En utilisant l'identité trigonométrique :

$$\cos^2(10t) + \sin^2(10t) = 1,$$

on a :

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1.$$

Ainsi :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

En multipliant par 4 :

$$\boxed{x^2 + y^2 = 4}.$$

On peut également écrire :

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 4.$$

Or :

$$\sqrt{4} = 2.$$

Donc :

$$\boxed{(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 2^2}.$$

5.11.2. Nature de la trajectoire

La trajectoire est donc un cercle de centre :

$$\boxed{C(0,0)}$$

et de rayon :

$$\boxed{R = 2}.$$

Ainsi, le point matériel M décrit un cercle de centre $C(0,0)$ et de rayon 2.

5.12. Exercice 3

On considère le mouvement d'un point matériel M défini par :

$$\begin{cases} x = 2 \sin(\pi t), \\ y = 1 + \cos(2\pi t). \end{cases}$$

On en déduit :

$$x^2 = 4 \sin^2(\pi t)$$

et

$$y^2 = (1 + \cos(2\pi t))^2.$$

On a :

$$x^2 + y^2 = 4 \sin^2(\pi t) + (1 + \cos(2\pi t))^2.$$

NB : Formules trigonométriques

On utilise les relations :

$$\cos(2x) = 1 - 2 \sin^2(x)$$

et

$$\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1.$$

De plus :

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1.$$

Ainsi :

$$\cos(2\pi t) = 1 - 2 \sin^2(\pi t).$$

Donc :

$$1 + \cos(2\pi t) = 1 + 1 - 2 \sin^2(\pi t),$$

d'où :

$$1 + \cos(2\pi t) = 2 - 2 \sin^2(\pi t).$$

On considère :

$$\begin{cases} x = 2 \sin(\pi t), & (1) \\ y = 1 + \cos(2\pi t). & (2) \end{cases}$$

À partir de (1) :

$$x = 2 \sin(\pi t),$$

on obtient :

$$\sin(\pi t) = \frac{x}{2}. \quad (1')$$

D'après la formule :

$$\cos(2\pi t) = 1 - 2 \sin^2(\pi t),$$

on a :

$$y = 1 + \cos(2\pi t)$$

$$y = 1 + 1 - 2 \sin^2(\pi t).$$

Or :

$$\sin(\pi t) = \frac{x}{2}.$$

Donc :

$$y = 2 - 2 \left(\frac{x}{2} \right)^2.$$

Ainsi :

$$y = 2 - \frac{x^2}{2}.$$

6. Paramètres du mouvement

6.1. Vitesse moyenne

La vitesse d'un mobile traduit le changement de position du mobile en fonction du temps.

Lorsqu'un objet animé d'un mouvement possède une vitesse, on distingue la vitesse moyenne et la vitesse instantanée.

6.2. Vecteur vitesse moyenne

Considérons un mobile dont le vecteur position passe de la valeur $\overrightarrow{OM_1}$ à la date t_1 à la valeur $\overrightarrow{OM_2}$ à la date t_2 .

Le mobile possède un vecteur vitesse moyenne défini comme étant égal au rapport du déplacement $\overrightarrow{M_1M_2}$ sur la durée du mouvement.

La durée du mouvement est :

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$

Le vecteur vitesse moyenne est donc :

$$\vec{v}_m = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$$

Or :

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}.$$

Ainsi :

$$\vec{v}_m = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1}.$$

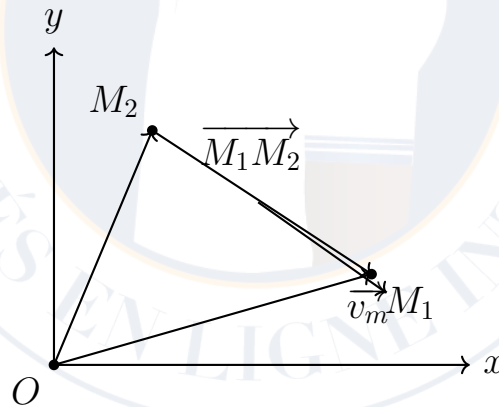
Le vecteur vitesse moyenne $\vec{v}_m$ et le vecteur $\overrightarrow{M_1M_2}$ sont colinéaires.

- **Direction** : celle de $\overrightarrow{M_1M_2}$;
- **Sens** : celui de $\overrightarrow{M_1M_2}$;
- **Norme** :

$$V_m = \|\vec{v}_m\| = \frac{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|}{t_2 - t_1} = \frac{M_1M_2}{t_2 - t_1} = \frac{d(M_1, M_2)}{\Delta t}.$$

6.2.1. Représentation

La représentation du vecteur vitesse moyenne est effectuée suivant la direction et le sens du déplacement du mobile.



6.3. Vecteur vitesse instantanée

La vitesse instantanée représente la vitesse du mobile à un instant du mouvement. Elle correspond à la limite vers laquelle tend la vitesse moyenne sur une courte durée.

On écrit :

$$\boxed{\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_m}$$

On a :

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$

Lorsque :

$$\Delta t \longrightarrow 0,$$

alors :

$$t_2 \longrightarrow t_1.$$

Ainsi :

$$\vec{V}(t) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1}.$$

On reconnaît l'expression de la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\overrightarrow{OM}$.

Par conséquent :

$$\boxed{\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

6.4. Expression du vecteur vitesse instantanée

6.4.1. Dans la base cartésienne

Dans la base cartésienne $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le vecteur position du point matériel M s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Le vecteur vitesse instantanée est défini par :

$$\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}.$$

Ainsi :

$$\vec{V} = \frac{d}{dt} (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}).$$

En appliquant la dérivation :

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + x\frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + y\frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{dz}{dt}\vec{k} + z\frac{d\vec{k}}{dt}.$$

Les vecteurs $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont des vecteurs unitaires constants. Donc :

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \frac{d\vec{j}}{dt} = \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{0}.$$

On obtient alors :

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

On peut également écrire :

$$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}.$$

avec :

$$\begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \\ V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \\ V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}. \end{cases}$$

6.4.2. Conclusion

Les coordonnées du vecteur vitesse instantanée correspondent aux dérivées par rapport au temps des coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$.

6.4.3. Exemple 1

On considère le mouvement d'un point matériel dont le vecteur position est défini par :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2t, \\ y = t^2 - 4. \end{cases}$$

Le vecteur vitesse instantanée est obtenu en dérivant les coordonnées du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{V}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j}.$$

On a :

$$\frac{dx}{dt} = 2$$

et

$$\frac{dy}{dt} = 2t.$$

Ainsi :

$$\vec{V}(t) = 2\vec{i} + 2t\vec{j}$$

6.5. Expression du vecteur vitesse

Dans le repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère le mouvement défini par les équations horaires :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2t, \\ y = t^2 - 4. \end{cases}$$

On cherche l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}(t)$ ainsi que sa norme dans le système international (SI).

6.5.1. Expression de $\vec{V}(t)$

D'après les résultats précédents :

$$\vec{V}(t) = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j}.$$

Or,

$$x = 2t \quad \implies \quad \frac{dx}{dt} = 2,$$

et

$$y = t^2 - 4 \quad \implies \quad \frac{dy}{dt} = 2t.$$

Ainsi, les composantes du vecteur vitesse sont :

$$V_x = 2 \quad \text{et} \quad V_y = 2t.$$

On obtient donc :

$$\vec{V}(t) = 2\vec{i} + 2t\vec{j}$$

6.5.2. Norme du vecteur vitesse

La norme du vecteur vitesse est donnée par :

$$V = \|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}.$$

Ainsi :

$$V = \sqrt{2^2 + (2t)^2}.$$

Donc :

$$V = \sqrt{4 + 4t^2}.$$

On peut factoriser par 4 :

$$V = 2\sqrt{1 + t^2}$$

Dans le système international, la vitesse s'exprime en m s^{-1} .

6.5.3. Application numérique

Pour $t = 1 \text{ s}$:

$$V = 2\sqrt{1 + (1)^2}.$$

Donc :

$$V = 2\sqrt{2}.$$

Or,

$$2\sqrt{2} \simeq 2,8.$$

Ainsi :

$$V \simeq 2,8 \text{ m s}^{-1}$$

6.6. Exemple 2

On considère le mouvement d'un point matériel M défini par :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2 \cos(10t), \\ y = 2 \sin(10t). \end{cases}$$

Déterminer la norme $\|\vec{V}\|$ et calculer le vecteur vitesse.

6.6.1. Réponse

On a :

$$x = 2 \cos(10t)$$

et

$$y = 2 \sin(10t).$$

Les composantes du vecteur vitesse sont obtenues par dérivation :

$$V_x = \frac{dx}{dt}$$

et

$$V_y = \frac{dy}{dt}.$$

Ainsi,

$$V_x = -20 \sin(10t),$$

et

$$V_y = 20 \cos(10t).$$

Par conséquent :

$$\vec{V}(t) = -20 \sin(10t) \vec{i} + 20 \cos(10t) \vec{j}$$

La norme du vecteur vitesse est :

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{[-20 \sin(10t)]^2 + [20 \cos(10t)]^2}.$$

Donc :

$$\|\vec{V}\| = 20\sqrt{\sin^2(10t) + \cos^2(10t)}.$$

Or,

$$\sin^2(10t) + \cos^2(10t) = 1.$$

Ainsi :

$$\|\vec{V}\| = 20 \text{ m s}^{-1}$$

6.7. Équation cartésienne de la trajectoire

On considère le mouvement défini par :

$$\begin{cases} x = 2 \cos(10t), \\ y = 2 \sin(10t). \end{cases}$$

À partir de la première équation :

$$x = 2 \cos(10t)$$

on obtient :

$$\cos(10t) = \frac{x}{2}.$$

De même, à partir de la deuxième équation :

$$y = 2 \sin(10t),$$

on obtient :

$$\sin(10t) = \frac{y}{2}.$$

En utilisant l'identité :

$$\cos^2(10t) + \sin^2(10t) = 1,$$

on a :

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1.$$

Ainsi :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1,$$

d'où :

$$x^2 + y^2 = 4.$$

La trajectoire est donc un cercle de centre O et de rayon :

$$R = 2.$$

6.8. Notion d'accélération du mobile

6.8.1. a) Signification physique

L'accélération est une grandeur physique qui caractérise une variation de vitesse au cours du temps.

Ainsi, tout mobile dont la vitesse varie possède une accélération.

On distingue :

- l'accélération moyenne ;
- l'accélération instantanée.

6.8.2. b) Vecteur accélération moyenne $\vec{a}_m$

Lorsqu'un mobile voit sa vitesse varier de la valeur $\vec{V}_1$ à la date t_1 à la valeur $\vec{V}_2$ à la date t_2 , alors ce mobile possède un vecteur accélération moyenne défini comme étant égal au rapport de la variation du vecteur vitesse sur la durée de variation.

On a :

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1}.$$

La durée de variation est :

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$

Ainsi :

$$\boxed{\vec{a}_m = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t}}$$

On peut également écrire :

$$t_2 - t_1 = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\vec{a}_m}.$$

6.8.3. Caractéristiques de $\vec{a}_m$

Les vecteurs $\vec{a}_m$ et $(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$ sont colinéaires.

Le vecteur accélération moyenne possède les caractéristiques suivantes :

- **Direction** : celle de $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$;
- **Sens** : celui de $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$;
- **Norme** :

$$\|\vec{a}_m\| = \frac{\|\vec{V}_2 - \vec{V}_1\|}{t_2 - t_1}.$$

En notant :

$$\Delta V = \|\vec{V}_2 - \vec{V}_1\|$$

et

$$\Delta t = t_2 - t_1,$$

on obtient :

$$a_m = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

L'unité de l'accélération dans le système international est :

$$\text{m s}^{-2}$$

car :

$$\frac{\text{m s}^{-1}}{\text{s}} = \text{m s}^{-2}.$$

6.8.4. Interprétation vectorielle

La variation du vecteur vitesse entre les instants t_1 et t_2 est donnée par :

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1.$$

Le vecteur accélération moyenne est alors colinéaire à cette variation :

$$\vec{a}_m \parallel (\vec{V}_2 - \vec{V}_1).$$

Son sens est celui de la variation du vecteur vitesse.

6.8.5. Unité de l'accélération

Dans le Système International (SI), l'accélération s'exprime en mètre par seconde carrée :

$$\text{m s}^{-2}$$

En effet :

$$1 \text{ m s}^{-2} = 1 \text{ m/s}^2.$$

6.9. Dans la base de Frenet ($\vec{T}, \vec{N}$)

Dans la base de Frenet, le vecteur vitesse est porté par le vecteur unitaire tangent $\vec{T}$ à la trajectoire.

On a :

$$V_T = \frac{ds}{dt}.$$

Pour un mouvement circulaire :

$$s = r\theta.$$

Donc :

$$V_T = \frac{d}{dt}(r\theta).$$

Si le rayon r est constant :

$$V_T = r \frac{d\theta}{dt}.$$

Ainsi :

$$V_T = r\dot{\theta}.$$

La composante normale du vecteur vitesse est nulle :

$$V_N = 0.$$

Par conséquent, dans la base de Frenet :

$$\vec{V} = V_T \vec{T} + V_N \vec{N}.$$

Comme $V_N = 0$, on obtient :

$$\boxed{\vec{V} = r\dot{\theta} \vec{T}}$$

avec :

$$V_T = r\dot{\theta}$$

et

$$V_N = 0.$$

6.10. Vecteur accélération instantanée

On définit le vecteur accélération instantanée par :

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1}.$$

On reconnaît que l'accélération instantanée est la dérivée première, par rapport au temps, du vecteur vitesse $\vec{V}$, ou la dérivée seconde du vecteur position $\overrightarrow{OM}$.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{OM}) \right] = \frac{d^2}{dt^2} (\overrightarrow{OM}).$$

Dans la base cartésienne $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On a :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Par conséquent :

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2}{dt^2} (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}).$$

Ainsi :

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}.$$

Les vecteurs $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ étant constants, on a :

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \frac{d\vec{j}}{dt} = \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{0}.$$

On obtient donc :

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

ou encore :

$$\vec{a}(t) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}.$$

Les composantes du vecteur accélération sont :

$$\begin{cases} a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}, \\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}, \\ a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}. \end{cases}$$

La norme du vecteur accélération est alors :

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Conclusion

Les coordonnées du vecteur accélération instantanée correspondent aux dérivées secondes par rapport au temps des coordonnées du vecteur position $\vec{OM}$.

Exercice d'application

On considère le mouvement d'un point matériel M défini par :

$$\vec{OM} \begin{cases} x = 2t, \\ y = t^2 - 4. \end{cases}$$

En déduire l'expression du vecteur accélération instantanée et calculer sa norme.

Résolution

Expression de $\vec{a}(t)$:

Le vecteur accélération instantanée est donné par :

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2}{dt^2} (\overrightarrow{OM}).$$

Ainsi :

$$\vec{a}(t) = \begin{cases} a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 0, \\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = 2. \end{cases}$$

On obtient donc :

$$\boxed{\vec{a} = 2\vec{j}}$$

Calcul de la norme :

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2}.$$

Donc :

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{(0)^2 + (2)^2} = 2.$$

Par conséquent :

$$\boxed{\|\vec{a}\| = 2 \text{ m s}^{-2}}$$

Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$

L'accélération s'écrit :

$$\boxed{\vec{a} = a_T \vec{T} + a_N \vec{N}}$$

avec :

$$\boxed{a_T = \frac{dv}{dt}}$$

accélération tangentielle, et

$$a_N = \frac{v^2}{\rho}$$

accélération normale.

Ici, ρ désigne le rayon de courbure de la trajectoire.

Pour une trajectoire circulaire :

$$\rho = R$$

où R est le rayon du cercle.

La norme de $\vec{a}$ est indépendante du repère choisi, soit :

$$\|\vec{a}\|_{(T,N)} = \|\vec{a}\|_{(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})}$$

$$\sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2}.$$

II - Application de la cinématique à l'étude des mouvements

1 - MRU

a - Définition

C'est un mouvement dont la trajectoire est rectiligne et dont le vecteur vitesse linéaire $\vec{v}$ est constant et dont le vecteur accélération linéaire est nul :

$$\vec{a} = \vec{0}.$$

b - Équation horaire

Dans le repère $(O, \vec{i})$:

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{OM} \text{ est le vecteur position.}$$

Le vecteur vitesse est donné par :

$$\vec{v} = \frac{d(\overrightarrow{OM})}{dt}.$$

Ainsi :

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \text{Cte.}$$

On obtient :

$$dx = V_x dt.$$

En intégrant :

$$\int dx = \int V_x dt.$$

D'où :

$$x = V_x t + C_e.$$

Avec :

$$C_e = x(t = 0) = x_0,$$

où x_0 est l'abscisse initiale.

Ainsi :

$$x(t) = V_x t + x_0$$

Équation horaire

En résumé, pour un MRU :

$$\begin{cases} \vec{a} = \vec{0}, \\ \vec{V} = \text{Cte}, \\ x = V_x t + x_0. \end{cases}$$

2 - MRUV

a - Définition

C'est un mouvement dont la trajectoire est une droite et dont le vecteur vitesse linéaire $\vec{V}$ varie de la même façon ; par conséquent son vecteur accélération linéaire $\vec{a}$ est constant.

b - Équation horaire

Dans le repère $(O, \vec{i})$:

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} \implies \vec{V} = V_x\vec{i} \implies \vec{a} = a_x\vec{i}.$$

On a :

$$\vec{a} = \text{cte} \implies a_x = \frac{dV_x}{dt} = \text{cte}.$$

Donc :

$$dV_x = a_x dt.$$

En intégrant :

$$\int dV_x = \int a_x dt.$$

On obtient :

$$V_x(t) = a_x t + C_e.$$

Avec :

$$C_e = (V_x)_{t=0} = V_{0x},$$

où V_{0x} est la vitesse initiale.

Ainsi :

$$\boxed{V_x(t) = a_x t + V_{0x}}$$

avec a_x , V_{0x} et V_x étant des grandeurs algébriques.

Or :

$$V_x = \frac{dx}{dt}.$$

Donc :

$$dx = V_x dt$$

d'où :

$$dx = (a_x t + V_{0x}) dt.$$

Ainsi :

$$dx = a_x t dt + V_{0x} dt.$$

En intégrant :

$$\int dx = \int a_x t dt + \int V_{0x} dt.$$

On obtient :

$$x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{0x}t + C_e.$$

Avec :

$$C_e = x_0.$$

D'où :

$$x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{0x}t + x_0$$

Équation horaire

Remarques

Relation indépendante du temps :

$$\begin{cases} V_x(t) = a_x t + V_{0x}, & (1) \\ x = \frac{1}{2} a_x t^2 + V_{0x} t + x_0. & (2) \end{cases}$$

De l'équation (1) :

$$V_x(t) = a_x t + V_{0x}$$

on déduit :

$$t = \frac{V_x - V_{0x}}{a_x}. \quad (1')$$

$$\begin{aligned} (1) \text{ dans } (2) &\Rightarrow \frac{1}{2} a_x \left(\frac{V_x - V_{0x}}{a_x} \right)^2 + V_{0x} \left(\frac{V_x - V_{0x}}{a_x} \right) = x - x_0 \\ &\Rightarrow x - x_0 = \frac{V_x^2 + V_{0x}^2 - 2V_x V_{0x}}{2a_x} + \frac{V_x V_{0x} - V_{0x}^2}{a_x} \\ &\Rightarrow x - x_0 = \frac{V_x^2 + V_{0x}^2 - 2V_x V_{0x} + 2V_x V_{0x} - 2V_{0x}^2}{2a_x} \\ &\Rightarrow x - x_0 = \frac{V_x^2 - V_{0x}^2}{2a_x}. \end{aligned}$$

$$\boxed{V_x^2 - V_{0x}^2 = 2a_x(x - x_0)}$$

Calcul de distance parcourue

1^{re} Méthode

$$|V_f^2 - V_i^2| = 2|a_x| d$$

Donc :

$$\boxed{d = \frac{|V_f^2 - V_i^2|}{2|a_x|}}$$

2^e Méthode

Équation horaire :

$$x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{0x}t + x_0$$

Donc :

$$x(t) - x_0 = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{0x}t$$

avec :

$$\begin{cases} d = x - x_0, \\ t = \Delta t = \text{durée.} \end{cases}$$

Ainsi :

$$d = \frac{1}{2}a_x(\Delta t)^2 + V_{0x}(\Delta t)$$

Exercice

Un mobile animé d'un MRUV démarre et atteint une vitesse de 20 m s^{-1} pendant un temps de 5 s.

- Calculer la valeur de l'accélération du mobile.
- Calculer la distance parcourue par le mobile pendant ce temps.

Réponse

$$\begin{array}{ll} t_i = 0 & v_i = 0 \\ t_f = 5 \text{ s} & v_f = 20 \text{ m s}^{-1} \end{array}$$

La valeur de l'accélération

$$a_x = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{20 - 0}{5 - 0} = 4$$

$$a_x = 4 \text{ m s}^{-2}$$

La distance parcourue

1^{re} méthode :

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a_x(x_f - x_i) \quad \text{avec } x_f - x_i = d$$

$$\Rightarrow d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a_x} = \frac{(20)^2 - (0)^2}{2 \times 4} = 50$$

$$d = 50 \text{ m}$$

2^e méthode :

Équation horaire :

$$x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0$$

$$x(t) = \frac{1}{2}(4)t^2 + 0t + x_0$$

$$\Rightarrow d = 50 \text{ m}$$

C. Mouvement rectiligne uniformément accéléré ou retardé

a) MRUA

Le mouvement est dit accéléré si le produit scalaire des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ est positif, c'est-à-dire si $\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont de même sens.

b) MRUD ou MRUR

Le mouvement est dit uniformément décéléré si le produit scalaire des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ est négatif.

c'est à dire $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de signe contraire

Exercice d'application

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t^2 - 3t \end{cases}$$

Étudier les intervalles de temps pour lesquels le mouvement est uniformément accéléré ou retardé.

Réponse :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2t \\ y = t^2 - 3t \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} \frac{dx}{dt} = V_x = 2 \\ \frac{dy}{dt} = V_y = 2t - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{V} = 2\vec{i} + (2t - 3)\vec{j}$$

$$\vec{a} \begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = a_x = 0 \\ \frac{dV_y}{dt} = a_y = 2 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = 2\vec{j}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{V} = 2\vec{j} \cdot [2\vec{i} + (2t - 3)\vec{j}]$$

$$= 4\vec{j} \cdot \vec{i} + 2 \times 2t\vec{j} \cdot \vec{j} - 6\vec{j} \cdot \vec{j}$$

$$= 4\vec{j} \cdot \vec{i} + 4t - 6$$

$$= 4\vec{j} \cdot \vec{i} + 4t - 6$$

$$\vec{j} \cdot \vec{i} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{V} = 4t - 6$$

$$4t - 6 = 0 \Rightarrow t = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

t	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$\vec{a} \cdot \vec{v}$	$-$	0	$+$

Sur $]0, \frac{3}{2}[$, on a un mouvement RUR.

Sur $]\frac{3}{2}, +\infty[$, on a un mouvement RUA.

3- Mouvement rectiligne sinusoïdal :

a- Définition et équation :

C'est un mouvement dont la trajectoire est une droite et dont l'abscisse est une fonction sinusoïdale du temps d'expression :

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} x(t) & : \text{élongation instantanée} \\ X_m & : \text{élongation maximale ou amplitude du MVT} \\ \omega & : \text{pulsation du mouvement} \\ \varphi & : \text{phase à l'instant initial } (t = 0) \\ (\omega t + \varphi) & : \text{phase instantanée} \end{array} \right.$$

$$\Delta L = 2X_m \implies X_m = \frac{L}{2}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{avec } T = \text{période du MVT}$$

NB : représentation graphique

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

La fonction est représentée sur une période T que l'on divise en 4 parties.

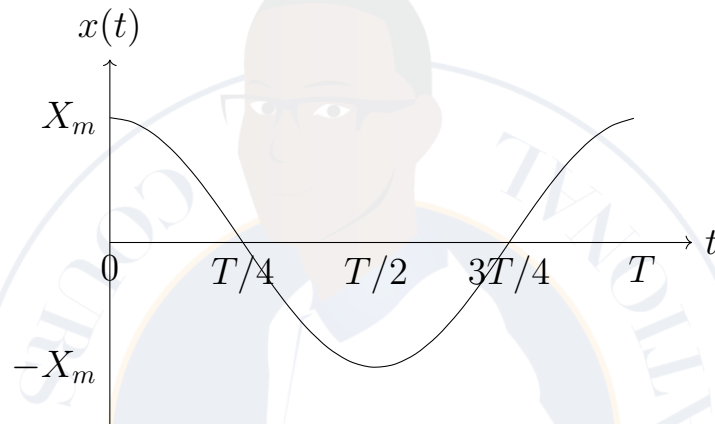
t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
x	$+X_m$	0	$-X_m$	0	$+X_m$

$$x = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}\right) \implies x = X_m \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad \text{et} \quad \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\implies x = 0$$

$$x = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2}\right) \implies x = X_m \cos(\pi) = -1$$

$$\implies x = -X_m$$



b- Expression de la vitesse $v(t)$

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = \frac{d}{dt}(x) = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = -X_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

NB :

$$-\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v(t) = X_m \omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$V(t)$ est une fonction sinusoïdale comme $x(t)$ de même pulsation (ω) mais dont la phase

Remarque

Détermination du point au quel $V(t)$ est maximale et calculer sa valeur.

$$V(t) = -X_m \omega \sin(\omega t + \varphi) = X_m \omega [-\sin(\omega t + \varphi)]$$

$$\text{or } -\sin(\omega t + \varphi) = 1 \Rightarrow \sin(\omega t + \varphi) = -1$$

$$\sin(\omega t + \varphi) = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega t + \varphi = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi & \Rightarrow x(t) = X_m \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ \omega t + \varphi = \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} & \Rightarrow x(t) = X_m \cos\frac{3\pi}{2} = 0 \end{cases}$$

Ainsi $V(t)$ est maximale pour $x = 0$ donc à l'origine.

$$V_{\max} = X_m \omega(1) \Rightarrow \boxed{V_{\max} = X_m \omega}$$

Au passage à l'origine O on a :

$$\boxed{|V(t)| = \pm X_m \omega}$$

c- Expression de l'accélération : $a(t)$

$$V(t) = -X_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$a(t) = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} [-X_m \omega \sin(\omega t + \varphi)]$$

$$\Rightarrow a(t) = -X_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{or} \quad x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\boxed{a(t) = -\omega^2 x(t)}$$

NB :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Équation différentielle de 2nd ordre sans 2nd membre.

Caractéristique d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.

$$S(t) = Vt + S_0 \quad \text{avec} \quad S_0 = S(0) = \text{abscisse curviligne initiale}$$

$$S(t) = V.t + S_0$$

* En abscisse angulaire, $\theta(t)$

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} \implies d\theta = \Omega dt$$

$$\theta(t) = \Omega t + Cte$$

avec $Cte = \theta(0) = \theta_0 =$ abscisse angulaire initiale

$$\theta(t) = \Omega t + \theta_0$$

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

d- Expression et représentation des vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{a}$

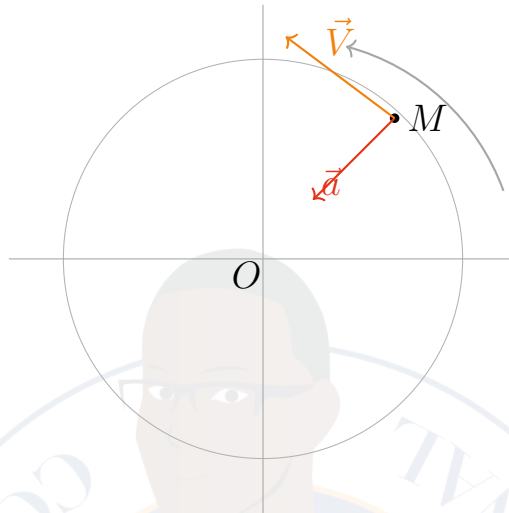
dans le base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$.

$$\vec{V} = \frac{ds}{dt}\vec{T} + 0\vec{N} = \frac{ds}{dt}\vec{T}$$

$$a_T = \frac{dV}{dt} \quad V = Cte \implies a_T = 0$$

$$a_N = \frac{V^2}{R}$$

$$\vec{a} = \frac{V^2}{R}\vec{N}$$



5- MCV

a- Définition :

C'est un mouvement dont la trajectoire est une droite et dont la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ varie de la même façon. Par conséquent l'accélération $\ddot{\theta}$ est constante ($\ddot{\theta} = Cte$).

b- Équation horaire :

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = Cte \implies d\dot{\theta} = \ddot{\theta} dt$$

$$\int d\dot{\theta} = \int \ddot{\theta} dt$$

$$\dot{\theta}(t) = \ddot{\theta}t + Cte$$

avec $\dot{\theta}_0$ = vitesse angulaire initiale

$$\boxed{\dot{\theta}(t) = \ddot{\theta}t + \dot{\theta}_0} \quad (1)$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} \implies d\theta = \dot{\theta} dt$$

$$d\theta = (\ddot{\theta}t + \dot{\theta}_0) dt$$

$$d\theta = \ddot{\theta}t \, dt + \dot{\theta}_0 \, dt$$

$$\int d\theta = \int \ddot{\theta}t \, dt + \int \dot{\theta}_0 \, dt$$

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 + \dot{\theta}_0t + \theta_0 \quad (\text{Équation horaire})$$

NB : Relation indépendante du temps

$$\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2 = 2\ddot{\theta}(\theta - \theta_0)$$

Institut

MBACKÉ MATHS

Plus vous vous exercez, plus vous vous améliorez

REJOIGNEZ NOTRE PLATEFORME DE COURS D'ENCADREMENT EN LIGNE

Un accompagnement qui va au-delà des simples cours !

24 vidéos de cours sur la cinématique du point
10 devoirs corrigés en vidéo
12 compositions corrigées en vidéo

Un véritable suivi pédagogique

Réponses aux questions **H24** avec nos professeurs
Évaluation régulière de la progression de chaque élève
Correction des copies et analyse des erreurs
Bulletins de suivi pour permettre aux élèves et aux parents de suivre les progrès
Un accompagnement continu pour aider chaque élève à progresser

NE VOUS CONTENTEZ PAS DE REGARDER DES COURS.

**FAITES-VOUS ACCOMPAGNER POUR PROGRES-
SER !**

REJOIGNEZ L'INSTITUT MBACKÉ MATHS

Cours d'encadrement en ligne – International

Mathématiques • Physique-Chimie • SVT • Français • Philosophie • Anglais •
Histoire-Géographie

+221 70 713 09 21

INSCRIVEZ-VOUS DÈS MAINTENANT