FICHE DE REVISION N°1
INSTITUT MBACKE MATHS

→correction en video dans nos cours en ligne

(+221) 70 713 09 21 **(+221) 77 192 07 07**

PROF : MBACKE MATHS SUJET DE REVISION NIVEAU : TERMINALE S2

EXERCICE ① (04 points)

I) On donne le nombre complexe $a = \frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} + i \cdot \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

1. Calculer le module et un argument de a^2

2. En déduire le module et l'argument principal de a

II) On considère la transformation f d'écriture complexe : $z' = 3az$

Déterminer la nature et les éléments géométriques caractéristiques de f

EXERCICE ② (05 points)

PARTIE 1

Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_{12} = 13$ et $u_{20} = 25$.

a) Calculer la raison r et le terme u_0.

b) Calculer $S_{20} = u_0 + \cdots + u_{20}$.

PARTIE 2

Les termes d'une suite arithmétique vérifient $S_5 = u_1 + \cdots + u_5 = 45$ et $u_9 = 6$.

a) Calculer u_1 et r.

b) Trouver n tel que $S_n = 66$.

PARTIE 3

Les termes d'une suite géométrique (v_n) vérifient $v_2 = 54$ et $v_4 = 18$.
Calculer la raison q et $S_5 = v_1 + \cdots + v_5$.

PARTIE 4

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul :

a) $\dfrac{1}{1\times 2} + \dfrac{1}{2\times 3} + \cdots + \dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{n}{n+1}$

b) $3^n - 1$ est un nombre pair.

c) $4^n + 6n - 1$ est divisible par 9.

EXERCICE ③ (04 points)

Soit la suite numérique (U_n) définie sur N par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 1} \quad \text{pour tout } n \in N \end{cases}$

I)

1. Montrer que pour tout $n \in N$, on a : $1 \leq U_n \leq \sqrt{2}$.

2. (a) Étudier la monotonie de la suite (U_n).

   (b) En déduire que (U_n) est convergente.

3. (a) Vérifier que pour tout $n \in N$, on a : $U_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2} \times \frac{U_n + \sqrt{2}}{U_{n+1} + \sqrt{2}} \times (U_n - \sqrt{2})$.

   (b) Montrer que pour tout $n \in N$, on a : $|U_{n+1} - \sqrt{2}| \leq \frac{1}{2}|U_n - \sqrt{2}|$.

   (c) En déduire que $\forall n \in N$, on a : $|U_n - \sqrt{2}| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

(d) Déterminer alors $\lim_{n \to +\infty} U_n$.

II)

1. On considère la suite (V_n) définie sur N par $V_n = U_n^2 - 2$.
   (a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et son premier terme.
   (b) Exprimer (V_n) en fonction de n et en déduire U_n en fonction de n.
   (c) Retrouver la limite de (U_n).
2. On pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} U_k^2$.
   (a) Calculer S_n en fonction de n.
   (b) Déterminer $\lim_{n \to +\infty} \frac{S_n}{n}$.

PROBLEME (07points)

PARTIE A (02pts) Soit g définie par $g(x) = (1-x)e^{-x} - 1$

1. Dresser le tableau de variations de g
2. Calculer $g(0)$ puis en déduire le signe de $g(x)$

PARTIE 05 (10pts) Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x + xe^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ x(\ln x)^2 + x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1. Justifier que f est définie sur R
2. Étudier la continuité de f en 0
3. Étudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter les résultats.

4. Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition

5. Étudier les branches infinies de $\mathcal{C}_f$

6. Dresser le tableau de variations de f

7. Tracer $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé unité 2cm (on précisera la tangente au point d'abscisse e^{-1} et on placera le point d'abscisse 1)

8. Soit h la restriction de f à $]0;+\infty[$
   (a) Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} définie sur un intervalle K à préciser.

   (b) Étudier la dérivabilité de h^{-1} sur K

   (c) Calculer $(h^{-1})'(2)$