

INSTITUT MBACKE MATHS

cliquer ici pour voir la video de correction

WWW.MBACKEMATHS.COM

▪ MBACKE MATHS

(+221) 77 192 07 07

(+221) 70 713 09 21

ALGEBRE || DEVOIR N°1

DUREE 2H

Exercice 1 : On rappelle que $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel.

1. Démontrer que si a et b sont deux entiers relatifs tels que $a + b\sqrt{2} = 0$ alors $a = b = 0$.
2. En déduire que si m, n, p et q sont des entiers relatifs, alors

$$m + n\sqrt{2} = p + q\sqrt{2} \iff (m = p \text{ et } n = q).$$

Exercice 2 : Soit A, B et C trois parties de E .

1. Que pensez-vous de l'implication

$$A \cup B \not\subset C \implies (A \not\subset C \text{ ou } B \not\subset C)?$$

Justifiez (on pourra utiliser la contraposée).

2. On suppose que l'on a les inclusions suivantes : $A \cup B \subset A \cup C$ et $A \cap B \subset A \cap C$.
Montrer que $B \subset C$.

Exercice 3 : Produit Cartésien.

Etant donnés, deux ensembles A et B , on appelle produit cartésien de A par B , l'ensemble $\{(x, y) / x \in A, y \in B\}$.

1. Soit $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 5\}$ et $C = \{2, 10\}$. Expliciter les produits cartésiens : $A \times B$, $B \times A$, $C \times B$, $(A \cap C) \times B$, ainsi que l'ensemble $(A \times B) \cap (C \times B)$. Que remarque-t-on? Peut-on généraliser le résultat? Énoncer un résultat analogue avec les symboles \cup et \times .
2. Soient les sous-ensembles de \mathbb{R} suivants : $I = [0, 3]$, $J = [0, 4]$, $K = [1, 4]$, $L = [1, 5]$. Dessiner, dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , les ensembles : $I \times J$ et $K \times L$; déterminer : $(I \times J) \cap (K \times L)$.
3. Pour les ensembles quelconques A, B, C, D , déterminer (en justifiant le résultat) $(A \times B) \cap (C \times D)$.
4. Montrer en donnant un contre-exemple, que $(A \times B) \cup (C \times D)$ n'est en général pas un produit cartésien.
5. Que vaut $\emptyset \times B$?
6. Résoudre l'équation : $A \times B = \emptyset$.