MATHS | **COURS SUITES NUMERIQUES** | **TERMINALE S2**

PROF : MBACKE MATHS **ANNEE : 2025-2026** **NIVEAU : TERMINALE S2**

1-DEFINITION ET NOTATION

Une suite numérique est une **fonction particulière** définie de $\mathbb{N}$ ou une partie de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$. On note $U : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$

$$n \to U_n = U(n)$$

VOCABULAIRE

- n est appelé indice ou le rang du terme U_n
- U_n est appelé le terme général de U
- La suite U se note (U_n) ou (W_n) $n \in I$

Exemple : $U : \mathbb{N}\ \{u\} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$n \longrightarrow \frac{2n^2+1}{n}$$

2-MODE DE GENERATION D'UNE SUITE

a-MODE EXPLICITE

◈ Une suite (U_n) est sous **forme explicite** si et seulement si U_n est en fonction de n ie $U_n = f(n)$

Exemple :

a) $U_n = 2n - 1$

a) $V_n = \frac{n+1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}$

b-MODE RECURRENTE

Une suite (U_n) est sous **forme récurrente** si et seulement si U_{n+1} est en fonction de U_n $U_{n+1} = f(U_n)$

Exemple :

La suite définie par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2U_0 - 7 \end{cases}$

EXERCICE D'APPLICATION

On considère la suite (U_n) définie par

$$\begin{cases} U_0 = 9 \\ U_{n+1} = U_n + 3n + 2 \end{cases}$$

Calculer U_1, U_2, U_3

◈ $U_{n+1} = U_n + 3n + 2$

$U_{0+1} = U_0 + 3(0) + 2$

$U_1 = 9 + 2$

$$\boxed{U_1 = 11}$$

◈ $U_{n+1} = U_n + 3n + 2$

$U_{1+1} = U_1 + 3(1) + 2$

$U_1 = 11 + 3 + 2$

$$\boxed{U_1 = 16}$$

◈ $U_{n+1} = 3n + 2$

$U_{2+1} = U_2 + 9(2) + 3$

$U_3 = 16 + 2 + 6$

$$\boxed{U_3 = 24}$$

EXERCICE D'APPLICATION

Soit la suite U définie par $U_n = 3n - 7\ \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer les 3 premiers termes

◈ $U_0 = 3(0) - 7$

$U_0 = -7$

◈ $U_1 = 3(1) - 7$

$U_1 = -4$

◈ $U_2 = 3(2) - 7$

$U_2 = -1$

3-RAISONNEMENT PAR RECURRENCE

Exemple1

Montrer par récurrence $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$1 + 2 + 3 + \cdots + \frac{n(n+1)}{2}$

Initialisation

Au premier rang $n = 1$

◈ $1 + 2 + 3 + \cdots + n = 1 + 2 + 3 + \cdots 1$

$1 + 2 + 3 + \cdots + n = 1$

◈ $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{1(1+1)}{2}$

$\frac{n(n+)}{2} = 1$

La propriété est vraie au 1^{er} rang

Transmission

Supposons que $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$1 + 2 + 3 + \cdots + \frac{n(n+1)}{2}$ est vraie au rang n et montrons qu'elle est vraie au rang $n + 1$ c'est-à-dire

$1 + 2 + 3 + \cdots + n + 1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$?

◈ D'après l'hypothèse de récurrence

$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

$1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n + 1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n + 1)$

$1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n + 1) = \frac{n(n+1)+2(n+1)}{2}$

$1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n + 1) = \frac{(n+1)+(n+2)}{2}$

Conclusion

$\forall n \in \mathbb{N}^*$ $1 + 2 + 3 \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Exemple2

$10^n - 1$ est un multiple de 9

Initialisation

Au premier rang $n = 0$

$10^n - 1 = 0$ or 0 est un multiple de 9

La proposition est vraie au 1^{er} rang

Transmission

Supposons que $10^n - 1$ est un multiple de 9 et vrai au rang n et montrons qu'elle est vrai au rang $n+1$ c'est-à-dire $10^{n+1} - 1$ est multiple de 9.

$10^{n+1} - 1 = 10^n \times 10 - 1$

$10^{n+1} - 1 = 10^n(9+1) - 1$

$10^{n+1} - 1 = 10^n \times 9 + 10^n - 1$

$10^{n+1} - 1 = 10^n \times 9 + 9k$

$10^{n+1} - 1 = 9(10^n + k')$

Conclusion

$10^n - 1$ est un multiple de 9

Exemple3

Soit la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = 2 + \frac{U_n}{2} \end{cases}$

1) Montrer que $2 < U_n < U \ \forall n \geq 2$

Initialisation

Au premier rang $n = 2$

$U_2 = 3$; $2 < 3 < 4$ vraie

La proposition est vraie au 1^{er} rang

Transmission

Supposons que $\forall n \geq 2 \quad 2 < U_n < 4$ est vraie et montrons qu'elle est vraie rang $n+1$:

$2 \leq$ Conclusion TELECHARGER LE GUIDE $U_{n+1} \leq 4$

$2 < U_n < 4 = 0 \ \ 1 < \frac{U_1}{2} < 2$

$$3 < 2 + \frac{U_n}{2} < 4$$

$$2 < 3 < 2 + \frac{U_n}{2} < 4$$

$\forall n \geq 2, 2 < U_n < 4$