PROF : MBACKE MATHS ANNEE: 2024-2025 NIVEAU : TERMINALE S

EXERCICE N°1

Le tableau suivant donne l'évolution de cinq en cinq ans d'équipement en informatique des entreprises d'un pays (en pourcentage).

Année	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
Rang xi	0	1	2	3	4	5	6
Taux yi(%)	10	25	41	60	69	80	86

1. Représenter le nuage de points de la série statistique (xi ;yi).
2. Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer sur la figure précédente.
3. Donner la valeur à 10^{-2} près par défaut du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique.
4. Déterminer l'équation de la droite (Δ) de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. Représenter (Δ) sur la figure précédente.

5. Trouver l'ordonnée du point H de (Δ) d'abscisse x=7. Que peut-on en déduire pour le taux d'équipement en informatique des entreprises du pays en 2000.

◈ EXERCICE N°2

Les formules utilisées devront être indiquées et tous les calculs intermédiaires figurer sur la copie.

On donne la série statistique double suivante :

x	35	40	35	65	65	85	90	K
Y	3	4	5	10	8	13	14	15

1. Déterminer l'entier naturel k sachant que la droite de régression de x par rapport à y passe par le point G d'abscisse 65.
2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de x et y.
3. Déterminer l'équation de la droite de régression de x en y.

◈ EXERCICE N°3

L'étude du commerce extérieur d'un pays de 1990 à 1996 pour les importations et les exportations exprimées en milliards de francs donne le tableau suivant :

Importation x	2,8	3,2	3,8	4,4	6,4	5,7	7,4
Exportation y	2	2,6	3,2	3,8	5	5,5	6,5

1) Calculer :
a) Les moyennes $\bar{X}$et $\bar{Y}$.
b) Les variances V(X) et V(Y).
c) Les écart-types σ(X)et σ(Y)
e) Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y.
Existe-t-il une corrélation entre les importations et les exportations ?

◈ EXERCICE N°4

Le tableau suivant donne l'âge x et la moyenne des maximas de tension artérielle relevée au sein d'une population donnée en fonction de l'âge

Age x	36	42	48	54	60	66
Tension y	11,8	14	12,6	15	15,5	15,1

1. Représenter graphiquement le nuage de points de la série.

Echelle : $1/_2$ cm pour 1an ;3cm pour 1 unité de tension artérielle.

2.
   a. Calculer les moyennes et les variances de x puis de y.
   b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. La corrélation est-elle forte ?
3. Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x, la tracer.
4. Estimer la tension artérielle d'une femme âgée de 70ans

◈ EXERCICE N°5

Les résultats des compositions d'Histoire et de Géographie d'une classe de 10 élèves sont les suivants : xi notes d'Histoire sur 20, yi notes de Géographie sur 20.

Xi	14	13	09	11	10	05	04	13	16	05
Yi	15	13	08	10	07	10	06	15	16	10

On note par $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ les moyennes respectives d'Histoire et de Géographie de cette classe.

1. Représenter graphiquement le nuage de points de cette série statistique dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$: unité 1cm.
2. Calculer $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ puis placer le point $G(\vec{X}; \vec{Y})$ dans le repère.
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de X et Y.

4. Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.

Tracer cette droite dans le même repère.

◈ EXERCICE N°6

Les formules utilisées devront, être indiquées et tous les calculs intermédiaires figurer sur la copie dans un tableau.

On donne la série statistique double :

X	35	40	35	65	65	85	90	k
y	3	4	5	10	8	13	14	15

1. Déterminer l'entier naturel k sachant que la droite de régression de x par rapport à y passe par le point moyen G d'abscisse 65.
2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire des caractères x et y.
3. Déterminer une équation de la droite (D) de régression de x par rapport à y.

◈ EXERCICE N°7

Une société investit de manière continue en publicité. Le budget publicitaire (BP) et le chiffre d'affaires (C A) sont connus sur dix (10) mois consécutifs selon le tableau suivant :

Mois i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
BP x_i	10	12	15	13	10	9	8	6	8	7
CA z_i	45	79	99	115	109	80	70	60	37	61

Unité : milliers de francs CFA.
En fait, il faut prendre en compte le temps nécessaire à la publicité pour produire son effet.
Ce temps est estimé à un mois.
On considère la série statistique (xi ; yi) avec $1 < i < 9$ et $y_i = z_{i+1}$
(par exemple $y_1 = z_{1+1} = z_2$; $y_2 = z_3$ .. ...)

1. Dresser le tableau de la nouvelle série $(xi\ ;\ yi)$.

2.

a. Calculer la covariance $cov\ (x\ ;\ y)\ de\ x\ et\ y$.
b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire (r) de x et y à 10^{-3} prés.
3. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x.
4. Donner une estimation du chiffre d'affaires du onzième mois

◈ EXERCICE N°8

Le tableau suivant indique, pour chaque année, le nombre d'accidents causés par les automobilistes sur la circulation.

Année	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'accidents : y_i	266	281	312	334	355	374	395

1.
   a. Construire le nuage de points associé à cette série statistique (xi ; yi) .
   b. Déterminer le point moyen G, puis le placer.
2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série.
3. Donner une équation de la droite de régression de y en x .
4. Donner une estimation du nombre d'accidents commis lors de l'année 2004.
5. Si l'évolution observée reste la même au cours des années à venir, à partir de quelle année constatera-t-on 2 fois plus d'accidents qu'en 1997 ?

◈ EXERCICE N°9

On donne la série statistique suivante à deux variables :

Xi	1,2	1,4	1,6	1,8	2
Yi	13	12	14	16	a

Par la méthode des moindres carrés, on a obtenu l'équation de la droite de régression de y en x, à savoir : $y = 9x + 0{,}6$.

1. Calculer $\overline{x}$
2. Exprimer $\overline{y}$ en fonction de a
3. En utilisant 1. et 2. Montrer que a = 20.
4. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de x et y. La corrélation est-elle forte ?

- Estimer la valeur de y pour x = 3,2.

EXERCICE N°10

On donne la série double (X, Y) suivante

X	a	1,3	b	1,5
Y	4	5	5	6

Déterminer a et b sachant que la droite de régression de Y en X a pour équation : $y = 5x - 2$.

EXERCICE N°11

Le tableau ci-dessous donne l'âge X et la moyenne Y des maxima de tension artérielle en fonction de l'âge d'une population féminine.

X	36	42	48	54	60	66
Y	11,8	14	12,8	15	15,5	15,1

1) Représenter le nuage de point de la série double (X, Y)
2) Peut-on effectuer un ajustement linéaire du nuage de point ?
3) Déterminer la droite de régression de Y en X.
4) Une personne de 70 ans a une tension artérielle de 16,2. Cela vous parait-il normal ?

EXERCICE N°12

On fait une enquête portant sur 100 familles suivant le nombre d'enfants par famille X et le nombre de pièces d'habitation par famille Y. les résultats enregistrés sont les suivants :

Y \ X	0	1	2	3	4	5
1	6	4	1	0	0	0
2	3	11	10	5	1	0
3	1	3	16	13	4	1
4	0	1	3	5	8	4

1. a. Déterminer les séries marginales associées à X et Y
b. Déterminer la série conditionnelle Y sachant que X = 2
2. Calculer les caractéristiques marginales de X et Y.
3. Représenter le nuage de point associé à la série double (X, Y). Peut- on envisager un ajustement linéaire ? Justifier.
4. trouver une équation de la droite des moindres carrés de X en fonction de Y, puis celle Y en fonction de X.
Représenter ces deux droites dans un même repère que le nuage.
5. Etudier la corrélation entre X et Y. Peut-on prévoir le nombre d'enfants d'une famille dans une villa de 6 pièces ? Quelle est la qualité de cette prévision ?

◈ EXERCICE N°13

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires annuel (CA) réalisé par une entreprise et ses dépenses annuelles consacrées à la publicité (DP) de 1996 à 2005.

Années	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
CA	92	95	100	108	114	110	118	120	120	128
DP	7	8	8	9	8	10	10	11	10	12

Les données sont exprimées en millions de francs. On pose X = CA et Y = CP
1. En fait, il faut un an pour mesurer l'effet de la publicité sur le chiffre d'affaires. Dresser la série tenant compte de l'effet de la publicité sur un an.
2. Estimer alors le chiffre d'affaires de l'entreprise pour l'année 2016 et indiquer la qualité de l'estimation.

◈ EXERCICE N°14

La distribution des revenues d'une population suit une loi de **Pareto** d'indexe **α>0**, c'est-à-dire si N(x) représente le nombre d'individus de la population qui ont un revenu supérieur à x, on a la relation $N(x) = A\,x^{(-\alpha)}$, où A est un réel positif qui dépend des caractéristiques de cette population.
Pour les observations suivantes, estimer les paramètres A et α en justifiant la méthode et en indiquant la qualité de l'estimation.

Revenu x, (×10.000)	1	2	3	5	10	20	30	50
Nombre d'individus N(x)	428561	53745	15923	3431	417	56	14	3

◈ EXERCICE N°15

Le tableau ci-dessous donne la charge maximale yi en tonnes qu'une grue peut lever pour une longueur xi, en mètre de la flèche.

Xi	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,5
Yi	10	9	8	7	6	5,5	5	4,5	4	3,5	3,2

1.
   a. Représenter le nuage de points M (xi, yi) à l'aide d'un repère orthogonal (unités : 1 cm pour 2 m en abscisse et 1 cm pour 1 tonne en ordonnées)
   b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.
   c. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés. Construire cette droite sur le graphique précédent.
   d. Utiliser cette équation pour déterminer la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 m. Puis avec la droite de Mayer.

   On pose $z_i = 1/yi$
2. Trouver le coefficient de corrélation entre z et x.

   Déterminer la droite des moindres carrés de z en x. Utiliser cette droite pour déterminer la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 mètres.

   Ce résultat parait-il plus satisfaisant celui de la question 1.

◈ EXERCICE N°16

Soit (D) la droite de régression de y en x d'un nuage de points A $(xi\ , yi)$, pour i = 1 ,2 …, n. Soit S la somme des résidus.

On adjoint un point $A_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$, au nuage précédent et on note (Δ) la droite de régression de y en x correspondant au nuage A_1, A_2, A_3, …., A_n, A_{n+1}.

1) Est-il possible que les droites (D) et (Δ) soient confondues ?

2) Soit S'la somme des résidus du nouveau nuage. A –t-on toujours $S' \geq S$?