



# Institut MBACKÉ MATHS

Plus vous vous exercez, plus vous vous améliorez

**MATHS**

**BAC BLANC N°3**

**TERMINALE S**

**CORRECTION DISPONIBLE EN VIDEO DANS NOS COURS D'ENCADREMENT EN LIGNE INTERNATIONALE**

**+221 70 713 09 21**

**YOUTUBE : MBACKE MATHS**

**PROF : MBACKE MATHS**

**ANNEE : 2024-2025**

**NIVEAU : TERMINALE S**

## **EXERCICE N°1\_ (12, 25points)**

**Partie A :** On donne le polynôme complexe

$$P(z) = z^3 - 12(\sqrt{3} + i)z^2 + 96(1 + i\sqrt{3})z - 1024i .$$

Montrer que  $P(z)$  admet une racine imaginaire pure  $z_0$  que l'on déterminera. (0, 25pt)

- a. Déterminer les autres racines de  $P(z)$ . (0, 25 + 0, 25 pt)  
b. Écrire les racines de  $P(z)$  sous forme trigonométrique et exponentielle (0,25 \* 3 pt)
2. Dans le plan complexe, on donne les points A, B, C et D d'affixes respectives

$$z_A = 2i ; z_B = \sqrt{3} + i ; z_C = 2\sqrt{3} + 2i \text{ et } z_D = 3\sqrt{3} - i$$

- a. Placer les points A, B, C, et D dans le repère qu'on complétera tout au long de l'exercice. (4 × 0, 25pt)
- b. Calculer le module et un argument de  $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ . (0, 25 + 0, 25 pt)
- c. En déduire la nature du triangle ABC. (0, 25pt)
- d. Montrer que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires. (0, 25pt)
- e. En déduire la nature exacte du quadrilatère ABDC. (0, 25pt)

## **Partie B :**

On donne M le point d'affixe  $z$  et le nombre complexe  $Z$  défini par :  $Z = \frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i}$ .

3. On pose  $z = x + iy$  et  $Z = X + iY$ .

- Exprimer  $X$  et  $Y$  en fonction de  $x$  et  $y$ . (0, 25pt)
- Déterminer et construire l'ensemble  $(\mathcal{E})$  des points  $M$  du plan tels que  $Z$  soit réel (0, 25pt)
- Déterminer et construire l'ensemble  $(\mathcal{F})$  des points  $M$  du plan tels que  $Z$  soit imaginaire (0, 25pt)
- Interpréter géométriquement le module et un argument de  $Z$ . ( $2 \times 0, 25pt$ )
- Retrouver les résultats des questions 1.b) et 1.c). ( $2 \times 0, 25pt$ )
- Déterminer et construire l'ensemble  $(\mathcal{G})$  des points  $M$  du plan tels que  $|Z| = 1$  (0, 25pt)
- Déterminer et construire l'ensemble  $(\mathcal{H})$  des points  $M$  du plan tels que  $|Z| = 2$  (0, 25pt)

**Partie C :** On donne dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E) :  $z^4 = -8(1 + i\sqrt{3})$ .

- Vérifier que  $z_B$  est solution de (E). (0, 25pt)
- En déduire les autres solutions de (E). ( $4 \times 0, 25pt$ )
- On donne les points  $B_1(1 + i\sqrt{3})$ ;  $B_2(-\sqrt{3} + i)$  et  $B_3(-1 - i\sqrt{3})$ .
- Placer les points  $B_1, B_2$  et  $B_3$  dans le repère. ( $3 \times 0, 25pt$ )
- Montrer que le triangle  $B_1B_2B_3$  est rectangle isocèle en  $B_2$ . (0, 25pt)
- Montrer les points  $B; B_1; B_2$  et  $B_3$  appartiennent à un même cercle (C) dont on précisera le centre le rayon. (0, 25pt)
- Vérifier que le point A appartient au cercle (C). (0, 25pt)

**Partie D :** On donne  $r$  la transformation du plan d'écriture complexe

$$z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z - 2i \text{ et } s \text{ la similitude plane directe qui transforme } B_1 \text{ en } B_2 \text{ et } B_2 \text{ en } B_3.$$

- Vérifier qu  $r(C) = A$  et  $r(B) = B$  ( $2 \times 0, 25pt$ )
- Déterminer la nature et les éléments caractéristique de  $r$ . ( $2 \times 0, 25pt$ )
- Déterminer l'écriture analytique de  $r$ . (0, 25pt)
- déterminer  $(C')$  l'image du cercle (C) par  $r$  par deux méthodes ( $2 \times 0, 25pt$ )
- Déterminer une équation de la droite  $(\Delta')$  l'image de la droite  $(\Delta) : y = 2x$  par  $r$ . (0, 25pt)
- Montrer que  $\frac{z_{B_2} - z_{B_3}}{z_{B_1} - z_{B_2}} = i$  (0, 25pt)
- Déterminer l'écriture complexe de  $s$ . (0, 25pt)

8. En déduire la nature et les éléments caractéristique de  $s$  . (0, 25pt)

9. On pose  $h = sor$ .

a. Donner l'angle de  $h$ . (0, 25pt)

b. Donner l'écriture complexe de  $h$ . (0, 25pt)

c. En déduire son centre(0, 25pt)

**Partie E** : Soit  $M_{n+1}(z_{n+1})$  l'image de  $M_n(z_n)$  par la similitude plane directe  $f$  de centre 0, de rapport  $\frac{1}{2}$  et d'angle  $\frac{\pi}{3}$  et  $z_0 = 1 + \sqrt{3}$ .

On pose  $r_n = |z_n|$  et  $\theta_n = \arg(z_n)$ , pour tout entier naturel  $n$

1. Donner l'écriture complexe de  $f$ . (0, 25pt)

2. Exprimer  $z_{n+1}$  en fonction de  $z_n$  . (0, 25pt)

3. Montrer que  $(r_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (0, 25pt)

4. Exprimer  $(r_n)$  en fonction de  $n$ . (0, 25pt)

5. Montrer que  $(\theta_n)$  est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme . (0, 25pt)

6. Exprimer  $\theta_n$  en fonction de  $n$ . (0, 25pt)

7. En déduire que  $z_n = 2 \left(\frac{1}{2}\right)^n \exp \left[\frac{(n+1)\pi}{3}\right]$ . (0, 25pt)

• Montrer que  $z_n$  peut s'écrire sous la forme  $z_n = (1 + i\sqrt{3}) \left(\frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^n$  (0, 25pt)

### EXERCICE N°2 (3, 5points)

On fait une enquête portant sur 100 familles suivant le nombre d'enfants par famille  $X$  et le nombre de pièces d'habitation par famille  $Y$ . les résultats enregistrés sont les suivants :

Y \ X	0	1	2	3	4	5
1	6	4	1	0	0	0
2	3	11	10	5	1	0
3	1	3	16	13	4	1
4	0	1	3	5	8	4

1. a. Déterminer les séries marginales associées à  $X$  et  $Y$  ( $2 \times 0, 25pt$ )

b. Déterminer la série conditionnelle  $Y$  sachant que  $X = 2$  (0, 25pt)

2. Calculer les caractéristiques marginales de  $X$  et  $Y$ . ( $2 \times 0, 25pt$ )

3. Représenter le nuage de point associé à la série double  $(X, Y)$ . Peut-on envisager un ajustement linéaire ? Justifier. ( $2 \times 0,25\text{pt}$ )

4. trouver une équation de la droite des moindres carrés de  $X$  en fonction de  $Y$ , puis celle  $Y$  en fonction de  $X$ . ( $2 \times 0,25\text{pt}$ )

Représenter ces deux droites dans un même repère que le nuage. ( $2 \times 0,25\text{pt}$ )

5. Etudier la corrélation entre  $X$  et  $Y$ . ( $0,25\text{pt}$ )

Peut-on prévoir le nombre d'enfants d'une famille dans une villa de 6 pièces ? Quelle est la qualité de cette prévision ? ( $2 \times 0,25\text{pt}$ )

## PROBLEME

**Partie A:** Résolution d'une équation différentielle.

Soit l'équation différentielle  $(E')$ :  $f' + f = \left(\frac{e-1}{2}\right)x^2 + (e-2)x - 1$

1. Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle  $(E)$ :  $f' + f = 0$ .
2. Déterminer un polynôme  $P$  du second degré solution de l'équation différentielle  $(E')$ .
3. Montrer qu'une fonction numérique  $f$  est une solution de l'équation différentielle  $(E')$  si et seulement si la fonction numérique  $f - P$  est solution de l'équation différentielle  $(E)$ .
4. Démontrer que les solutions de l'équation différentielle  $(E')$  sont les fonctions  $f_k$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f_k(x) = ke^{-x} + \left(\frac{e-1}{2}\right)x^2 - x$ ;  $k \in \mathbb{R}$
5. Trouver la solution  $f$  de l'équation différentielle  $(E')$  telle que  $f(0) = 1$ .

**Partie B:** Etude d'une fonction auxiliaire  $g$  et de la fonction  $f$ .

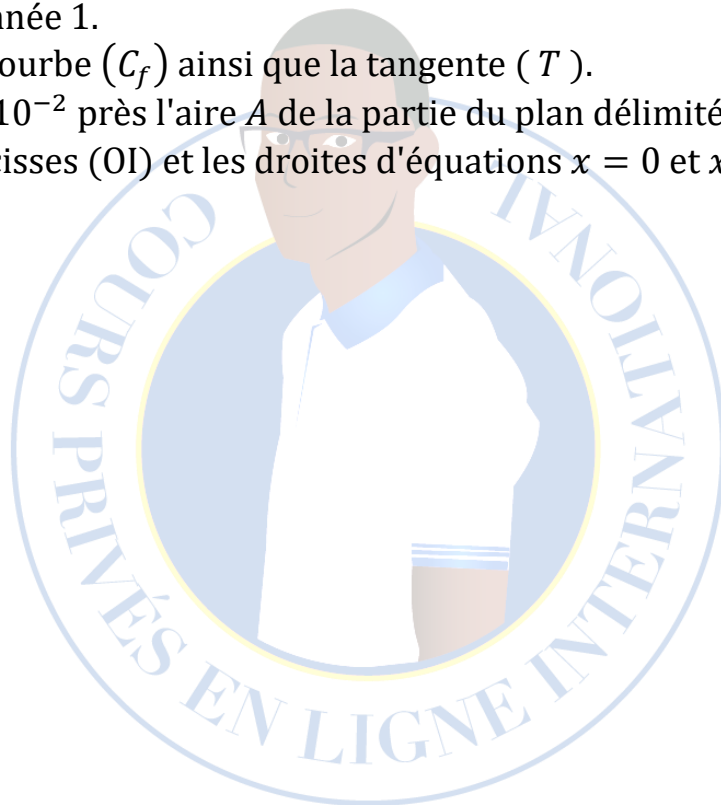
Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par:  $f(x) = e^{-x} + \left(\frac{e-1}{2}\right)x^2 - x$

On note  $(C_f)$  sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthogonal  $(O, I, J)$  où  $OI = 2$  cm et  $OJ = 4$  cm.

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par:  $g(x) = -e^{-x} + (e-1)x - 1$

1. Calculer les limites de  $g$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .
2. a) Etudier le sens de variation de  $g$ .  
b) Dresser le tableau de variation de  $g$ .
3. a) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha \in \mathbb{R}$ .  
b) Vérifier que  $0,8 < \alpha < 0,9$  puis déduire la valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-1}$  près.
4. Montrer que  $\forall x \in ]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$  et  $\forall x \in ]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$ .
5. a) Calculer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .  
b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
6. a) Calculer la limite de  $\frac{f(x)}{x}$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$

- b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
7. a) Démontrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x)$ .  
b) En déduire le sens de variation de  $f$ .  
c) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
8. a) Déterminer les coordonnées du point B d'intersection de la courbe  $(C_f)$  avec l'axe (OJ) puis donner une équation de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C_f)$  au point d'ordonnée 1.  
b) Tracer la courbe  $(C_f)$  ainsi que la tangente  $(T)$ .  
c) Calculer à  $10^{-2}$  près l'aire  $A$  de la partie du plan délimitée par la courbe  $(C_f)$  l'axe des abscisses (OI) et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 1$ .



Institut

**MBACKÉ MATHS**

*Plus vous vous exercez, plus vous vous améliorez*