MATHS | **TD : SUITES NUMERIQUES** | TERMINALE S

CORRECTION DISPONIBLE DANS NOS COURS D'ENCADREMENT EN LIGNE INTERNATIONAL

YOUTUBE : MBACKE MATHS +221 70 713 09 21

PROF : MBACKE MATHS **ANNEE : 2024-2025** **NIVEAU : TERMINALE S**

EXERCICE N°1

Soit (U_n) une suite arithmétique telle que $U_{12} = 13$ et $U_{20} = 25$

a) Calculer la raison r et le terme U_0

b) Calculer $S_{20} = U_0 + \cdots + U_{20}$

EXERCICE N°2

Les termes d'une suite arithmétique vérifient $S_5 = U_1 + \cdots U_5 = 25 + U_9 = 6$

a) Calculer U_1 et r

b) Trouver n telque $S_n = 66$

EXERCICE N°3

Les termes d'une suite géométrique (V_n) vérifient $V_1 = 54$ et $V_4 = 16$

Calculer la raison q et $S_5 = V_1 + \cdots V_5$

EXERCICE N°4

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel normal

a) $\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \cdots \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

b) $3^n - 1$ est un nombre pair

c) $4^n + 6n - 1$ est divisible par 9

◈ EXERCICE N°5

Soit la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 1} \end{cases}$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$

I-1) Montrons que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $1 \leq U_n \leq \sqrt{2}$

2) a) Etudier la monotonie de la suite (U_n)

b) En déduire que (U_n) est convergente

3) a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $U_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2} \times \frac{U_n+\sqrt{2}}{U_{n+1}+\sqrt{2}} \times U_n - \sqrt{2}$

b) Montrer que pourt $n \in \mathbb{N}$ on a $\left|U_{n+1} - \sqrt{2}\right| \leq \frac{1}{2}\left|U_n - \sqrt{2}\right|$

c) En déduire que $n \in \mathbb{N}$ on a $\left|U_n - \sqrt{2}\right| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

d) déterminer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

II-1) Onconsidère la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n^2 - 2$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et son premier terme

b) Exprimer (V_n) en fonction de n et en déduire en fonction de n U_n

c) Retrouver la limite de (U_n)

2) On pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} U_k^2$

a) Calculer S_n en fonction de n

b) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{S_n}{n}$

◈ EXERCICE N°6

Soit (U_n) la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \end{cases}$ $\forall\, n \in \mathbb{N}$

1)

a) Calculer U_1 et U_2

b) Montrer par recurrence que $\forall\, n \in \mathbb{N}\ U_n \leq n + 3$

c) Etudier le sens de variation de la suite (U_n)

1) Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_n + a_n + b$

Déterminer les réels a et b telsque (V_n) est une suite géométrique préciser sa raison

2) On suppose que a=-1 et b=0

a) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

b) On suppose que $S_n = U_2 + U_3 + \cdots + U_{n+1}$

Exprimer S_n en fonction de n. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

EXERCICE N°7

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3}{1+x}$

1)

a) Etudier les variations de f

b) Montrer que f réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J à préciser

c) Expliciter $f^{-1}(n)$ pour tout $x \in J$

d) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution $\alpha \in \,]1; 2[$

2) Montrer que pour tout $x \in \,]1; 2[$ on a $|f(x)'| \leq \frac{3}{4}$

3) Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}\ 1 \leq U_n \leq 2$

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{4}|U_n - \alpha|$

c) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$

En déduire que la suite (U_n) converge vers une limite à préciser

◈ EXERCICE N°8

Soit la suite (U_n) définie par $\mathbb{N}^*$ par $\begin{cases} U_1 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)}U_n + \frac{3}{2(n+1)} \end{cases}$

1) Démontrer raisonnant par recurrence que la suite (U_n) est majorée par 3
2) Etudier le sens de variation de la suite (U_n)
3) On considère la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $V_n = n(3 - U_n)$
   a) Prouver que cette suite est géométrique. Préciser sa raison et calculer V_1
   b) Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n.
   c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

INSTITUT MBACKÉ MATHS

2024 - 2025

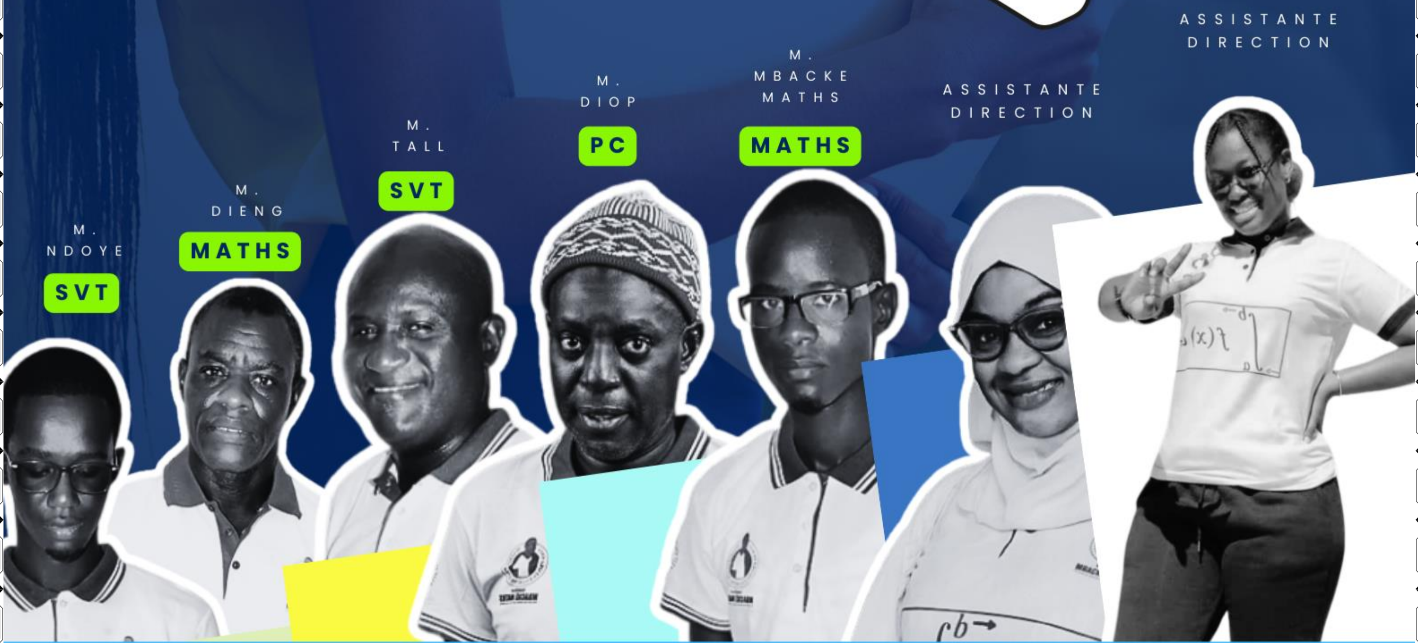
Cours d'encadrement en ligne

INTERNATIONAL

Niveau	
	Terminale S1/S2/S3
	Première S1/S2/S3
	Seconde S
	Troisième

Inscrivez vous vite !

+221 70 713 09 21



+221 70 713 09 21 www.mbackemaths.com mbacké maths