MATHS | **SUJET DE BAC N°1** | **TERMINALE S**

INSCRIS -TOI VITE AU COURS D'ENCADREMENT EN LIGNE INTERNATIONAL DE MBACKE MATHS

YOUTUBE : MBACKE MATHS +221 70 713 09 21

PROF : MBACKE MATHS **ANNEE** : 2024-2025 **NIVEAU** : TERMINALE S

CORRECTION EN VIDEO

DANS NOS COURS EN LIGNE

◈ EXERCICE N°1 (6pt)

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_1})$

1. On considère le polynôme P définie par :

   $P(z) = -z^3 + (2i - 2)z^2 + (3 + 18i)z - 20 + 40i$

   où z est un nombre complexe.

Déterminer la racine réelle de $P(z)$,puis résoudre l'équation $P(z) = 0$ (0,5 + 0,75pt)

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives 4 ; $1 + 2i$ et $-3 - 4i$

   a. Déterminer la forme trigonométrique du complexe $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ $(1pt)$

   b. En déduire la nature exacte du triangle ABC(0,5pt)

3. Soit f la translation d'écriture complexe : $z = -2iz - 3 + 4i$

   a. Déterminer la nature des éléments caractéristiques de la transformation f. (0,75pt)

b. Montrer que $f(A) = C$ (0,5pt)

c. Déterminer l'expression analytique de f $(0{,}5pt)$

d. Soit (D) la droite d'équation $2x - y + 1 = 0$ et (D) son image par f

Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) $(0{,}5pt)$

e. Déterminer l'équation du cercle (C'), image du cercle (C), de centre B et de rayon $R = 3$ par f $(0{,}5pt)$

◈ **EXERCICE N°2** $(4\ points)$

A la veille de noël, les éléves de terminale de l'Institut MBACKE MATHS décident d'organiser une journée récréative. A cette jounée, ils veulent organiser des jeux dont l'un se présente sous la forme suivante : dans une urne se trouve 10 jetons indiscernables au toucher dont 4 sont rouges, 2 sont verts, 3 sont blancs et 1 noire

Le jeu consiste à miser 200F, puis à tirer au hasard un jeton de l'urne

- Si le joueur tire un jeton vert, il gagne 1000F et une enveloppe contenant un montant S
- Si le joueur tire un jeton blanc, il gagne une enveloppe contenant la somme S
- Si le joueur tire un jeton rouge, il paie 1000F aux organisateurs du jeu
- Si le joueur tire un jeton noir, il le remet dans l'urne et effectue un second tirage

  - Si le nouveau jeton est rouge, il paie 300F aux organisateurs du jeu

  - Dans les autres cas, il gagne 200F

Le président du conseil scolaire veut déterminer la valeur de la somme S à mettre dans l'enveloppe pour que le gain moyen d'un joueur soit 2500F

Ne sachant pas comment déterminer ce montant S, il te sollicite.

En utilisant les connaissances mathématiques, trouve une solution à la préoccupation du président du conseil scolaire.

◈ PROBLEME $(10pt)$

Partie A : $(1{,}5pt)$

Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = e^x + \ln x$.

1. Préciser le sens de variation de $g(0{,}5pt)$
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $]0,+\infty[$ une unique solution α.

   Vérifier que $0{,}2 < \alpha < 0{,}3(0{,}5pt)$
3. Préciser le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de $x(0{,}5pt)$

Partie B : $(8{,}5pt)$

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x-1}e^{\frac{1}{x}} + 1 \ , si\ x < 0 \\ e^x + x(-1+\ln x),\ si\ x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

On désigne par (C_f) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. Determiner Df $(0{,}5pt)$
2.

a. Etudier les limites en $-\infty$ et en $+\infty(0{,}5pt)$

b. Montrer que l'équation $y = x + 3$ est une asymptote oblique à (C_f) en $-\infty(0{,}5pt)$

c. Etudier la nature de la branche de (C_f) en $+\infty(0{,}5pt)$

3.

   a. Montrer que f est continue en $0(0{,}5pt)$

   b. Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter les résultats obtenus$(1pt)$

3.

a. Montrer que f est dérivable sur$]-\infty, 0[$ et que pour tout $x \in]-\infty, 0[$,

$f'(x) = \frac{(x^2-3x+1)e^{\frac{1}{x}}}{(1-x)^2}$. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]-\infty, 0[$ $(1{,}5pt)$

b. On admet que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ puis calculer $f'(x)$$(0{,}5pt)$

c. Dresser le tableau de variation de $f$$(0{,}5pt)$

4. Tracer la courbe (C_f) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$$(1{,}5pt)$

5. Soit h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty, 0[$

   a. Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on précisera l'intervalle de définition $(0{,}5pt)$

   b. Tracer la courbe $(C_{h^{-1}})$ dans le repère précédent$(0{,}5pt)$