MATHS | **POLYNOMES - FRACTIONS RATIONNELLES** | **SECONDE S**

BIENVENUE DANS NOS GROUPES DE COURS D'ENCADREMENT EN LIGNE INTERNATIONAL

YOUTUBE : MBACKE MATHS +221 70 713 09 21

PROF : MBACKE MATHS **ANNEE : 2024-2025** **NIVEAU : SECONDE S**

CORRECTION DISPONIBLE EN VIDEO DANS NOS GROUPES DE COURS EN LIGNE

EXERCICE N°1

Déterminer les réels a, b et c dans chacun des cas suivants tels que

$P(x) = Q(x)$

1. $P(x) = 4x^2 + 3x - 10$ et
   $Q(x) = (x + 2)(ax + b)$
2. $P(x) = 3x^2 + 2ax + 4$ et
   $Q(x) = bx^2 + 6x - c$
3. $P(x) = -2x^4 + (2a + 1)x^2 + 2b$ et
   $Q(x) = cx^4 + 3x^2$

EXERCICE N°2

Déterminer le quotient $Q(x)$ et le reste $R(x)$ de la division euclidienne de :

1. $P(x) = x^2 + 3x + 2$ par $x - 1$
2. $P(x) = 3x^3 - 7x^2 - 5x + 2$ par $x^2 + 2$
3. $P(x) = x^4 + x^2 + 2$ par $x^3 - 1$

◈ EXERCICE N°3

Dans chaque cas, décomposer la fraction rationnelle $F(x)$

1. $F(x) = \frac{3x^2+5x+2}{x-1}$
2. $F(x) = \frac{3x^2-2\sqrt{2x}-10}{x\sqrt{3}}$
3. $F(x) = \frac{x^3-5x^2+7x-10}{x^2+3x+2}$

◈ EXERCICE N°4

Soit le polynôme P défini par $P(x) = 5x^2 + ax - 10$

Pour quelle valeur de a, le polynôme P est-il factorisable par $(x-2)$?

◈ EXERCICE N°5

On considère les polynômes $P(x) = x^3 - 7x - 6$ et $Q(x) = x^2 - 2x - 3$

1. Montrer que-2 est une racine de $P(x)$ Que peut-on en déduire?
2. Démontrer en utilisant la division eucli-dienne que

   $P(x) = (x+2)Q(x)$

   a. Factoriser complètement $P(x)$

   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

      i. $P(x) = 0$

      ii. $P(x) \geq 0$

◈ EXERCICE N°6

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - 3\sqrt{3}x^2 - 9x + 6\sqrt{3}$

1. Calculer $P(-\sqrt{3})$ Que peut-on en déduire?
2. Effectuer la division euclidienne de $P(x)$ par $x+\sqrt{3}$ et en déduire une égalité polynômes
3. Déterminer les nombres réels a et b tels que

   $2x^2 - 5\sqrt{3}x + 6 = (ax+b)(x-2b)$

4.

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 - 5\sqrt{3}x + 6 = 0$

b. En déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$ dans

EXERCICE N°7

Soit le polynome $P(x) = 3x^3 - 8x^2 - x + 10$

1.

   a. Montrer que 2 est racine de $P(x)$

   b. En déduire une factorisation complète de $P(x)$ par la méthode de Horner

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

   a. $P(x) = 0$

   b. $P(x) = x - 2$

   c. $P(x) \geq 0$

EXERCICE N°8

Soit P(x) = $ax^3 + 5x^2 - bx - 6$ où a et b sont des réels.

1. Déterminer a et b tels que $P(-1) = 0$ et $P(2) = 0$
2. Factoriser complètement $P(x)$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$

   a. $P(x) = 0$

   b. $P(x) = -6$

   c. $P(x) \leq 0$

EXERCICE N°9

Soit le polynôme $Q(x) = x^2 + 2x - 3$

1.

   a. Vérifier que $Q(x) = (x + 1)^2 - 4$

   b. b. En déduire une factorisation de $P(x)$ en produit de deux polynômes du premier degré

2. On pose $P(x) = 2x^4 + 3x^3 + ax^2 + bx + 18$

a. Trouver les réels a et b pour que $P(x)$ soit divisible par $Q(x)$

b. Factoriser $P(x)$

c. Résoudre dans $\mathbb{R}$

i. $P(x) = 0$

ii. $P(x) > 0$

EXERCICE N°10

On considère le polynome $P(x) = x^2 + x^2 - 16x + 20$

1.

a. Montrer que -5 est une racine de $P(x)$

b. Déterminer le polynome $Q(x)$ qui vérifie $P(x) = (x + 5)Q(x)$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

3.

a. Montrer que le signe de $P(x)$ est celui de $x + 5$

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) < 0$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$,l'inéquation $x\sqrt{x} + x - 16s\sqrt{x} + 20 > 0$

EXERCICE N°11

Soit le polynome p défini par: $p(x) = 3x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 1$ avec α et β des réels

1. Déterminer les réels α et β pour que $p(x)$ soit divisible par $(x + 1)^2$
2. Mettre $p(x)$ en produit de trois facteurs du premier degré.
3. On pose $q(x) = \frac{p(x)}{(x+1)(x^2-4)}$

a. Simplifier $q(x)$

b. Etudier le signe de $q(x)$

c. En déduire le signe de $q(1-\sqrt{2})$ et de $q(-1+\sqrt{2})$

EXERCICE N°12

On considère deux polynômes Pet Q définis par :

$P(x) = 6x^3 + ax^2 + bx - 10$ et $Q(x) = -3x^3 - 11x^2 + 24x + 20$ où a et b sont des nombres réels.

1. Déterminer les nombres réels a et b tels que
$$P(-5) = 0 \text{ et } P(-1) = 12$$
2. Déterminer les réels c et d pour que
$(3x^2 + cx + d)(2 - x) = -3x^3 - 11x^2 + 24x + 20$
3. Calculer $P\left(\frac{1}{2}\right)$ et $Q(-5)$ puis déduire la factorisation de $P(x)$ et $Q(x)$
4. Simplifier la fraction rationnelle $F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

EXERCICE N°13

Soit le polynôme $P(x) = 2x^4 - 11x^3 + 19x^2 - 11x + 2$

1. Montrer que :
   a. 0 n'est pas une racine de $P(x)$
   b. Si $x \neq 0$ alors $P(x) = x^2\left(2x^2 - 11x + 19 - \frac{11}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$
2. En posant pour tout $x \neq 0$, $X = x + \frac{1}{x}$ exprimer
$2x^2 - 11x + 19 - \frac{11}{x} + \frac{2}{x^2}$ en fonction de X
3. Montrer que $P(x) = 0$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} X = x + \frac{1}{x} \\ 2X^2 - 11X + 15 = 0 \end{cases}$$
4. Résoudre $2X^2 - 11X + 15 = 0$, en déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$

EXERCICE N°14

Soit $g(x)$ un polynôme du troisième degré tel que

$$\begin{cases} g(0) = 0 \\ g(x+1) = -g(x) = x^2 \end{cases}$$

1. Montrer que $g(1) = 0$ et $g(-1) = -1$
2. Détermine le polynôme $g(x)$
3. En déduire la somme $S = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots n^2$ en fonction n
4. Calculer $A = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 100^2$
5. Déterminer $p(x)$ polynôme de degré 3 tel que pour tout

$$x \in \mathbb{R} ; p(x) - p(x-1) = x^2 + x$$

Déduire la somme $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + n(n+1)$