MATHS | **TD : DERIVATION** | **PREMIERE S2**

BIENVENUE DANS NOS GROUPES DE COURS D'ENCADREMENT EN LIGNE INTERNATIONAL

YOUTUBE : MBACKE MATHS **+221 70 713 09 21**

PROF : MBACKE MATHS **ANNEE : 2024-2025** **NIVEAU : PREMIERE S2**

CORRECTION DISPONIBLE EN VIDEO

DANS NOS COURS EN LIGNE

EXERCICE N°1

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer le nombre dérivé en x_0 et en déduire une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse x_0

1. $f(x) = 5x^2 - 3x$, $x_0 = 1$
2. $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$, $x_0 = 2$
3. $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$, $x_0 = 2$
4. $f(x) = \sqrt{x+3}$, $x_0 = -1$

EXERCICE N°2

Dans chacune des cas suivants, étudier la dérivabilité de f en x_0 puis interpréter graphiquement les résultats obtenus

1. $f(x) = \frac{2x^2+6}{x+1}$; $x_0 = 1$
2. $f(x) = (x-3)\sqrt{x+6}$; $x_0 = 3$

3. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + 4\ ;\ x_0 = 1$

4. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x}\ si\ x < 0 \\ \frac{1}{2}x - \sqrt{x}\ si\ x \geq 0 \end{cases}\ ;\ x_0 = 0$

5. $f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}\ si\ x \leq 0 \\ (x+1)\sqrt{x} + 1\ si\ x > 0 \end{cases}\quad x_0 = 0$

6. $f(x) = \sqrt{|2x^2 + 3x - 5|}\ ;\ x_0 = \frac{5}{2}$

◈ EXERCICE N°3

Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes sur leur domaine de dérivabilité

1. $f(x) = 3x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 6x + 3$
2. $f(x) = (-2x + 1)(x + 3)$
3. $f(x) = (-2x + 4)^4$
4. $f(x) = \left(2x - \sqrt{x}\right)(x + 4)^2$
5. $f(x) = \frac{3x+1}{-2x+3}$
6. $f(x) = \frac{3x^2-2x-1}{x+2}$
7. $f(x) = -\frac{-3}{(-5x+1)^2}$
8. $f(x) = \frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}+1}$
9. $f(x) = 2x - 3 + \frac{4}{-x+5}$
10. $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$
11. $f(x)\sqrt{\frac{x+6}{x-3}}$
12. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x^2+x|}}$

13. $f(x) = \left(\frac{5x-3}{2-x}\right)^2$

14. $f(x) = \cos(2x + 2)$

15. $f(x) = \sin x + 4\cos x$

◈ EXERCICE N°4

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \begin{cases} \frac{x^3+1}{x^2+1} & si\ x \leq 1 \\ 1 + \sqrt{2x-1} & si\ x > 1 \end{cases}$

1. Déterminer le domaine de définition D_g de g puis calculer les limites aux bornes de Dg
2. Etudier la continuité et la dérivabilité de g en 1
3. Déterminer g'(x) pour tout x appartenant à l'ensemble de dérivabilité de g
4. Déterminer une équation de la démi-tangente à gauche et une équation de la démi-tangente à la droite à Dg au point d'abscisse 1.

◈ EXERCICE N°5

Dans chacun des cas suivant, déterminer l'ensemble de définition, les limites aux bornes, la dérivée et son signe, le sens de variations puis dresser la tableau de variation de la fonction f. Préciser les extrémums relatifs (s'ils existent)

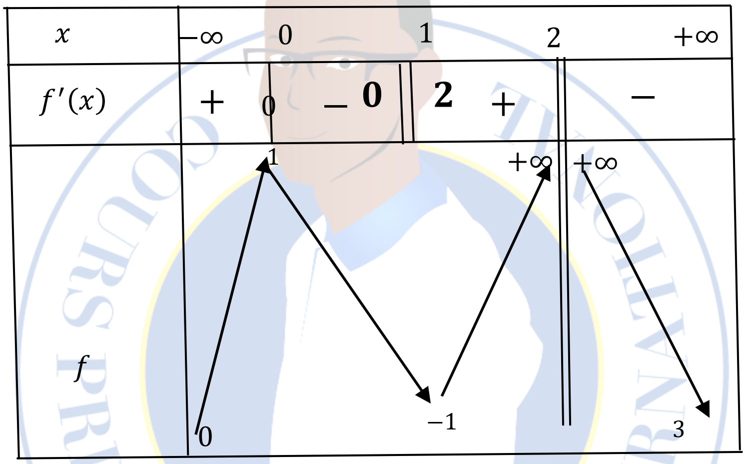
1. $f(x) = x^2 - 4x + 3$
2. $f(x) = x^3 - 3x + 2$
3. $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$
4. $f(x) = \frac{x^2-5x+7}{x-2}$

5. $f(x) = \frac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}$

6. $f(x) = \frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}$

◈ EXERCICE N°6

Le tableau ci-dessous est celui des variations d'une fonction f



1. Préciser l'ensemble de définition D_f de f
2. Préciser les limites aux bornes de D_f
3. f est-elle continue en 0 ;1 et 2 ?
4. f est-elle dérivable en 0 et 2 ?
5. Déterminer $\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{f(x)+1}{x-1}$ et $\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{f(x)+1}{x-1}$

   f est-elle dérivable en 1 ? f admet-elle des extrémums
6. Préciser l'ensemble de continuité et de dérivabilité

◈ EXERCICE N°7

Lors d'une visite dans une entreprise qui fabrique entre 9 et 18 machines à coudre par jour, le directeur affirme que toute la production est vendue au prix de 122 000F l'unité.

Le coût de production de x machines à coudre exprimé en milliers de francs est modélisé par la fonction f définie par $f(x) = 2x^3 - 54x^2 + 458x$. L'entreprise souhaite déterminer le nombre de machines à coudre à fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal. Il te sollicite. Utilise tes connaissances sur les fonctions pour déterminer le nombre de machines à coudre à produire pour que le bénéfice soit maximal

◈ EXERCICE N°8

Soit a et b deux réels et f la fonction définie par $f(x) = \frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$

1. Déterminer a et b pou que (Cf) passe par le point $A(0;3)$ et admette en A une tangente d'équation $y = 4x + 3$
2. Etudier les variations de la fonction obtenue puis préciser les extrémums

◈ EXERCICE N°9

1. Montrer que f réalise une bijection de I vers un intervalle J à préciser.

a. $f(x) = \frac{2x-3}{x+4}$, $I = [0;2]$

b. $f(x) = \frac{-x+1}{x+3}$, I$= [-7;-4]$

c. $f(x) = \frac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}$, $I = [3;10]$

2. Dans chacun des cas suivants déterminer l'ensemble $f(K)$

a. $f(x) = x^2 - 4x + 2, K = [-2,4]$

b. $f(x) = \frac{-x+1}{2x+1}$, $K = [-1;+\infty]$

c. $f(x) = \sqrt{2x+3}\,, K = [-1;1]$