MATHEMATIQUES

SIMILITUDES DIRECTES PLANES

MATHEMATIQUES

PROF : MBACKE MATHS ANNEE : 2024-2025 NIVEAU : TERMINALE S

EXERCICE N°1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Soient $A(1+2i), B(-2+i)$ et $L(2-i)$.

1) Donner les élément caractéristiques de la simulitude directe S_1 de centre L telle que $S_1(A) = B$.

2) Soit S_2 la transforlation plane $M(z) \rightarrow M'(z')$ telle que $z' = \left(\frac{1+i}{2}\right)z + \frac{1-3i}{2}$. Quelle est la nature et les élements caractéristiques de S_2 ?

3) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $S = S_1°S_2$

4) a) Soit T la transformation qui à $M(z = x+iy) \rightarrow M'(z' = x' + iy')$ définit par $\begin{cases} x' = x + \sqrt{3}y - 1 \\ y' = -\sqrt{3}x + y + 1 \end{cases}$

déterminer l'ecriture complexe de T.

b) Déterminer les complexes α et β pour que $T_2 : M(z) \rightarrow M'(z') /\ z' = \alpha^2 z + \beta$ soit telle que $S_2°T_2$ soit une transla de vecteur $\vec{w}$ d'affixe I.

◈ EXERCICE N°2

1) Soient les points $A(1+i), B(2-i), C(-3+4i)$ *et* $D(3+4i)$.
   Déterminer l'écriture complexe de la similitudedirecte S

Telle que $S(A) = C$ *et* $S(B) = D$ puis donner ses élément caractéristiques

   a) Déterminer et construire l'image par S de la droite (D)
   d'équation :$y = 3x - 5$

   b) Déterminer et construire l'image par S du centre $I(2i+3)$ et de
   rayon 2.

◈ EXERCICE N°3

Le plan est rapporté ay repère orthormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soit S_1 l'application qui ,à tout point $M(x, y)$ associe $M'(x', y')$ définie

par : $\begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{3}{2} \\ y'\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

1) Déterminer l'affixe $z' = x' + y' + iy'$, de M' en fonction de l'affixe, $z = x + iy$, de M. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de S_1.
2) Soient les points $A(1)$ *et* $B(-1)$. Déterminer l'ecriture complexe de la similitude directe S_2 telle $S_2(A) = 0$ et $S_2(B) = B$ puis caractériser S_2
3) On note $S = S_1 \circ S_2$. Déterminer l'écriture complexe de S
4) Déterminer l'image par S :
   a) De la droite (D) d'équation $2x + y - 1 = 0$
   b) Du cercle (C) d'équation $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

◈ EXERCICE N°4

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$, on considère l'application F qui à tout point M d'affixe z associe le point M'd'affixe z' définie par :

$$z' = u^2 z + u - 1, \text{où } u \in \mathbb{C}$$

1) Déterminer l'ensemble des complexes u pour lesquels f est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$

2) Déterminer u tel que F soit une translation

3) Déterminer u tel que F soit une homothétie de rapport -2

4) Caractériser F lorsque $u = 1 - i$

◈ EXERCICE N°5

Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1) On considère la transformation T de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$ qui, au point $M(x, y)$ associe le point $M'(x', y')$ tel que : $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + \sqrt{3} \end{cases}$

Le point M a pour affixe z et M'a pour affixe z'

a) Exprimer z' en fonction de z

b) Donner la nature de T.

2) Soit $S : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$

$M_1(z_1) \mapsto M_2(z_2)$ tel que $z_2 = -\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) z_1$.

a) Donner la nature de f et ses éléments caractéristiques.

b) Définir analytiquement l'application $S \circ T$.

Quelle est l'image du point $E\left(-1, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ par $S \circ T$?

c) Soit $\mathcal{P} \times x + \sqrt{3}\, y + 2 = 0$. Monter que $E \in \mathcal{P}$

Trouver l'image $\mathcal{P}'$ de $\mathcal{P}$ par $S \circ T$.

Quel est le point d'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$?.

◈ EXERCICE N°6

Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté au repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ $(unité : 4cm)$

On désigne par A le point d'affixe 1 et par $\mathcal{P}'$ privé de A.

Soit f l'application de $\mathcal{P}'$ dans $\mathcal{P}$ qui, à tout point M d'affixe associe le point $M' = f(z)$ d'affixe Z telle que : $Z = \frac{z-2}{z-1}$

1) Soit B le point d'affixe $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Déterminer $B'f(x)$.

2) Déterminer les points I et J invariants par f .(on notera I celui d'ordonnée positive).

3)

a) Exprimer en fonction de z les affixes $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AM}'$

b) Déduire du a) une relation entre AM' et prouver que l'image du cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 1 est le cercle $\mathcal{C}$. Vérifier que $B \in \mathcal{C}$

c) Tracer $\mathcal{C}$ et placer les points B, B', I et J sur la figure.

◈ EXERCICE N°7

Le plan $\mathcal{P}$ complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Soit f l'application qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que :

$z' = \frac{1}{z}2$

On appelle $\mathcal{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1.

1) Placer sur une figure le point B d'affixe $w = \frac{1}{2}(1 + i)$ et son image

B' par f $(Unité : 4cm)$. Donner le module et un argument de chacun des complexes w et w'.

2) Soit $z \in \mathcal{C}^*$. Comparer les modules et les arguments de z et z'.

3) Quel est l'ensemble des points M pour lesquels M et M' sont symétriques par rapport à l'axe $(O, \vec{u})$?

4) Soit M un point de la droite $\mathcal{D}$ d'équation $x = \frac{1}{2}$. Montrer que son affixe z vérifie :

$$|1 - z| = |z|$$

◈ EXERCICE N°8

Dans le plan complexe $\mathcal{P}$ rapporté à un repère direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points :$A(-1)$, $B(2i)$ et l'application :f $\mathcal{P} \setminus \{A\} \to \mathcal{P}$

$$M(z) \mapsto i\frac{(z-2i)}{z+i}$$

1)

a) Soient $M_1(i)$ *et* $M_2\left(\frac{3}{2} + \frac{i}{2}\right)$, déterminer $f(M_1)$ et $f(M_2)$.

b) Déterminer le point M de $\mathcal{P} \setminus \{A\}$ tel que $f(M) = O$ et le point Q tel que $f(Q) = N$ si N est le point d'affixe $2 - i$

2) Déterminer et construire :

a) L'ensemble $\mathcal{E}$ des points M de $\mathcal{P} \setminus \{A\}$ dont les images ont pour affixes un imaginaire pur :

b) L'ensemble $\mathcal{F}$ des points M de $\mathcal{P} \setminus \{A\}$ dont les images ont pour affixes un réel

c) L'ensemble $\mathcal{G}$ des points M de $\mathcal{P} \setminus \{A\}$ dont les images appartiennent au cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 1.

INSTITUT MBACKÉ MATHS

2024 - 2025

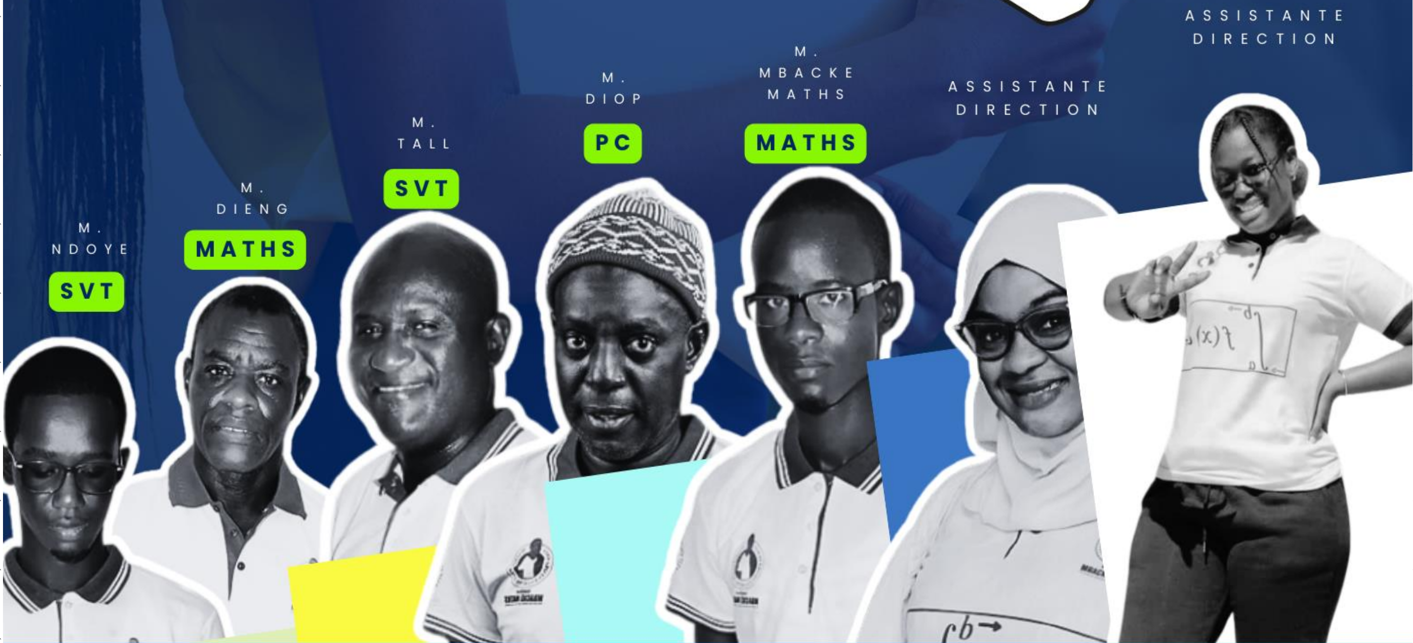
Cours d'encadrement en ligne

INTERNATIONAL

Niveau

- Terminale S1/S2/S3
- Première S1/S2/S3
- Seconde S
- Troisième

Inscrivez vous vite ! +221 70 713 09 21



+221 70 713 09 21 www.mbackemaths.com mbacké maths