BTS | **TD : SERIE DE FOURIER** | **2EME ANNEE**

CHAQUE EXERCICE EST CORRIGE DANS NOS COURS EN LIGNE | **INSCRIVEZ - VOUS VITE !**

+221 70 713 09 21 | YOUTUBE : MBACKE MATHS

PROF : MBACKE MATHS | **ANNEE : 2024 - 2025** | **NIVEAU : BTS 2EME ANNEE**

EXERCICE 1

Soit $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction impaire de periode 2π définie par :

$f(t) = \pi(t - \pi)$, si t $\in [0, \pi]$

1. Calculer les coefficients de Fourier de f. (2 pts)
2. Déterminer la série de Fourier $S_f(t)$ associée à f_4 (1pt)
3. a) Étudier la convergence de la série de Fourier de f. (1pt)

   b) En-déduire les sommes suivantes

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}, \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^6}$$ (1pt)

EXERCICE 2

Soit f la fonction paire de période π définie par :

$f(t) = \frac{\pi}{2} - t, \forall t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

1. Tracer la courbe de f sur $[-\pi; \pi]$. **(1pt)**
2. Calculer les coefficients de Fourier de f. (0,5+0,5+1,5) pts

3. Déterminer la série de Fourier $S_F(t)$. **(0,5 pt)**

4. a) Étudier la convergence de la série de Fourier de f. (0,5 pt)

   b) En-déduire la somme $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$. (1pt)

EXERCICE 3

Soit la fonction f, periodique de période T (avec T un réel strictement positif) définie par

$$f(x) = \begin{cases} x \text{ si } x \in \left[0, \frac{T}{2}\right] \\ -x + T \text{ si } x \in \left[\frac{T}{2}, T\right] \end{cases}$$

1. Tracer la représentation graphique de f pour $x \in [-T, 2T]$. (1,5 pt)
2. Calculer les coefficients de Fourier associé à f. (3pts)
3. En déduire la série Fourier associé à f. (1,5 pt)

EXERCICE 4

On considère la fonction f paire et 2π périodique définie par :
$f(x) = \frac{x-2}{2}$ si $x \in [0, \pi]$

1. Construire la courbe (C) représentative de f sur $[-\pi, \pi]$. (1pt)
2. Calculer les coefficients de Fourrier associés à la fonction f (**2pts**)
3. Déterminer la série de Fourrier S_f, (2pts)

EXERCICE 5

Soit f la fonction 2π-périodique définie sur IR par $f(x) = |x|$ si $x \in [-\pi;\pi]$.

1. Tracer la courbe représentative de f sur $[-4\pi; 4\pi]$ dans un repère orthonormé $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
2. Calculer les coefficients de Fourier de f.
3. Donner la série de Fourier associée à f.

EXERCICE 6

Soit f la fonction 2π-périodique définie sur IR par $f(x) = x$ si $x \in]-\pi;\pi]$.

1. Construire la courbe représentative de f sur $[-3\pi; 3\pi]$ dans un repère orthonormé $(0;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.
2. Calculer les coefficients de Fourier associés à f.
3. Développer la fonction f en série de Fourier.

EXERCICE 7

Soit f la fonction de la variable t. f est iupaire et périodique de période 2π.
$f(t) = 1 - \cos t \text{ si } t \epsilon [0;\pi]$

1. Tracer la courbe représenter de f sur $[-\pi;\pi]$
2. Calculer les coefficients de Fourier associés à f.
3. Donner le développement en série de Fourier de la fonction f.

EXERCICE 8

Soit la fonction h périodique de période $2\,\mathrm{T}$ (T un réel strictement positif) définie par :

$$h(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in [0;T] \\ -x + 2T & \text{si } x \in [T;2T] \end{cases}$$

1. Dans un repère orthonormal $(0;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ tracer la représentation graphique de h pour $x \in [-2T;4T]$.
2. Calculer les coefficients de Fourriers associés à h.
3. En déduire la série de Fourrier associée à h.

EXERCICE 9

Soir la fonction f périodique de période 2π définie par :

$f(x) = 0$ si $x \in]-\pi;0]$ et $f(x) = x$ si $x \in [0;\pi[$.

a) Tracer le graphique de la fonction $f(x)$

b) Calculer les coefficients de Fourier associés à la fonction $f(x)$

c) En déduire que $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

EXERCICE 10

Soit $g(x)$ la fonction paire de période 2π définie par $g(x) = x^2$ sur $[0\,;\pi]$

a) Étudier la convergence de la série de Fourier de $g(x)$ sur l'ensemble IR

b) Calculer les coefficients de Fourier de $g(x)$.

c) En déduire la somme de la série de $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$


Institut
MBACKÉ MATHS
ENCADREMENT
BTS
en ligne
1ÈRE ANNÉE
2ÈME ANNÉE
Encadreur
Mbacké
Maths
MATHEMATIQUE
ELECTROTECHNIQUE
Inscription
+221 70 713 09 21
www.mbackemaths.com
BTS INDUSTRIE